配布用

電気回路I及び演習

1. Introduction、正弦波交流の表わし方・瞬時値・平均値と実効値

無断転載を禁ず

配布用

Introduction

無断転載を禁ず

配布用

正弦波交流の表わし方・瞬時値・平均値と実効値 (p.46-)

無断転載を禁ず

配布用

学習目標

- なぜ交流や直流が必要なのか理解する
- 正弦波を例に交流の基礎的な事項と概念を理解する
  - 瞬時値、最大値(振幅)、角周波数(角速度)、初期位相(角)、周期、周波数、平均値、実効値など

無断転載を禁ず

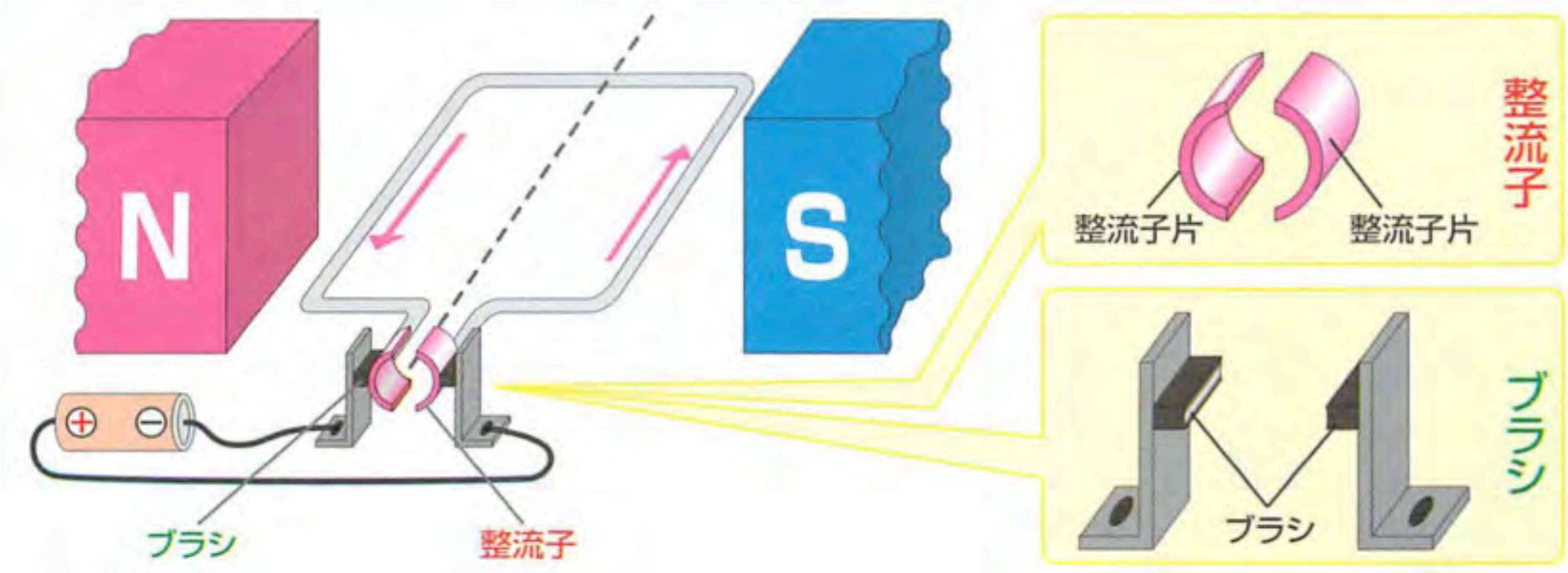
配布用

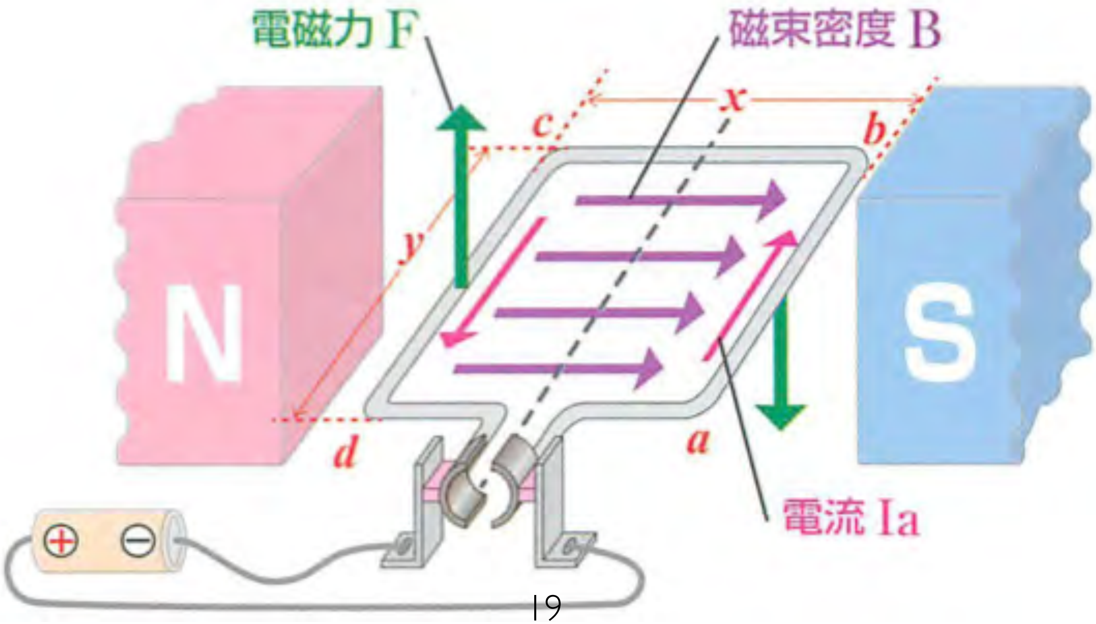
電気の歴史

無断転載を禁ず

配布用

直流電源とモーター





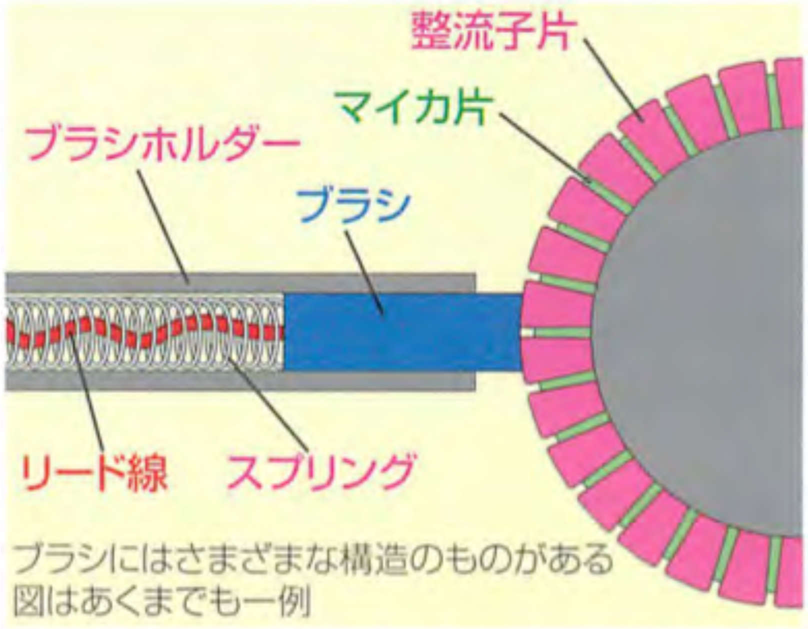
Source: 最新モータ技術のすべてがわかる本, 赤津観 監修

無断転載を禁ず

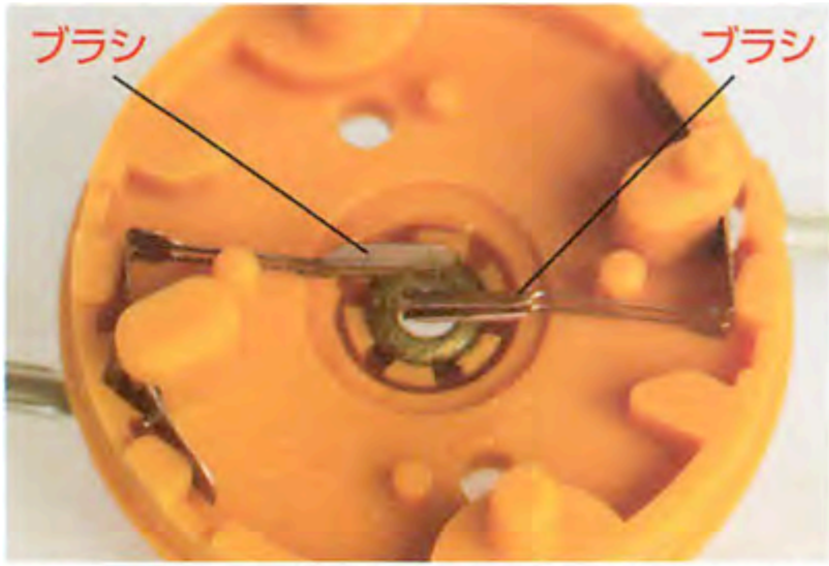
配布用

整流子とブラシ

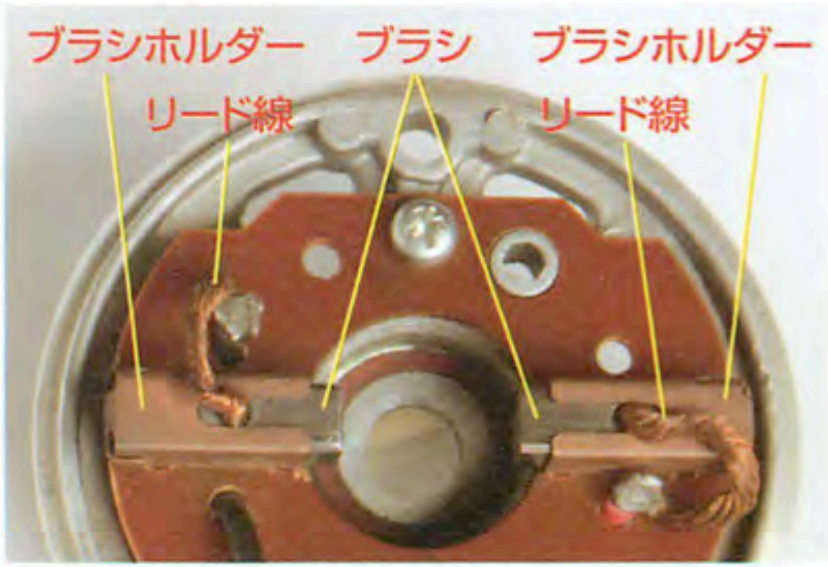
- 一般的な直流用のモーターでは極性を反転させるために整流子とブラシが必要
- 摩耗が最大の欠点



Source: 最新モータ技術のすべてがわかる本, 赤津観 監修



↑ブラシそのものが板バネとして機能し、その弾力で整流子に押しつけられる小形のモータのブラシ。

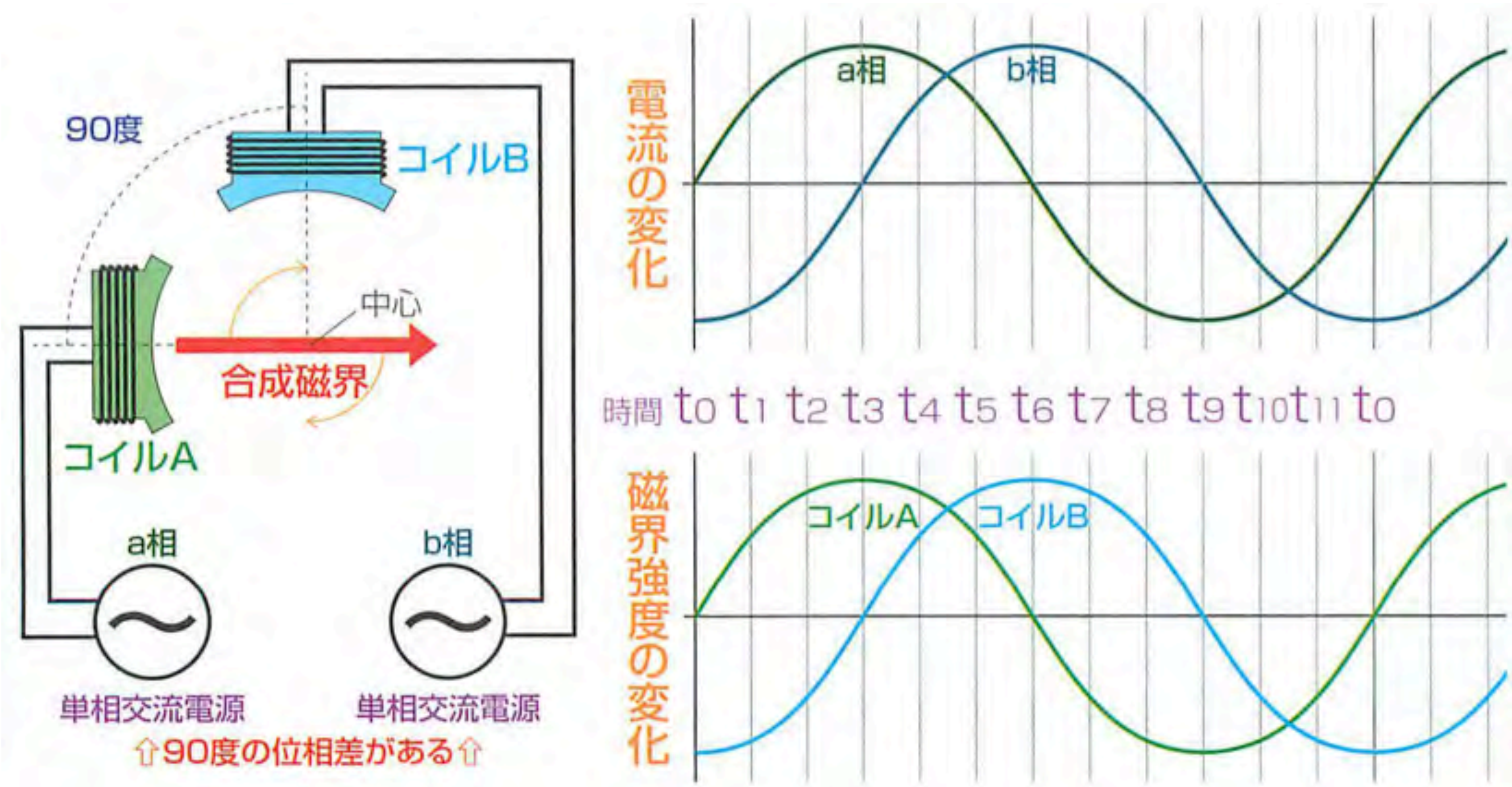


↑ブラシホルダーに収められた2極機のブラシ。リード線は赤と黒の配線に接続されモータ外に導かれる。

無断転載を禁ず

配布用

交流用のモーター



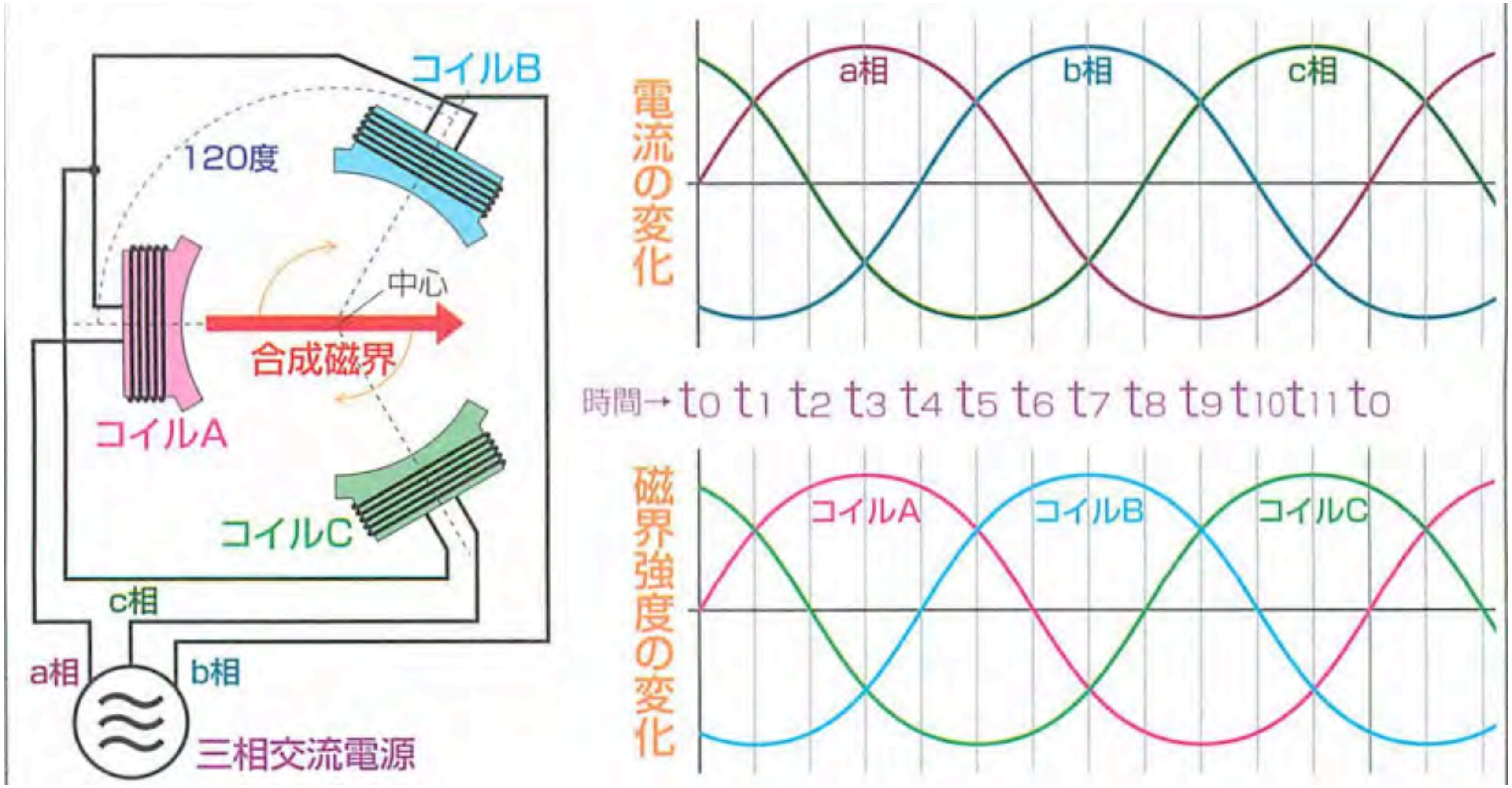
Source: 最新モータ技術のすべてがわかる本, 赤津観 監修

- 磁界の向きが反転することを利用して少しずらして(位相差)磁界を作ると磁界が回転するので(回転磁界)、中心に磁石を置けばブラシと整流子無しに回転する

無断転載を禁ず

配布用

三相モーター



Source: 最新モータ技術のすべてがわかる本, 赤津観 監修

二相、三相交流は電気回路IIで

無断転載を禁ず

配布用

学習目標

- なぜ交流や直流が必要なのか理解する
- 正弦波を例に交流の基礎的な事項と概念を理解する
  - 瞬時値、最大値(振幅)、角周波数(角速度)、初期位相(角)、周期、周波数、平均値、実効値など

無断転載を禁ず

配布用

交流とは何か(p.46)

- 電圧や電流の大きさが周期的に正負を繰り返すもの
- 正弦波を基本として考える

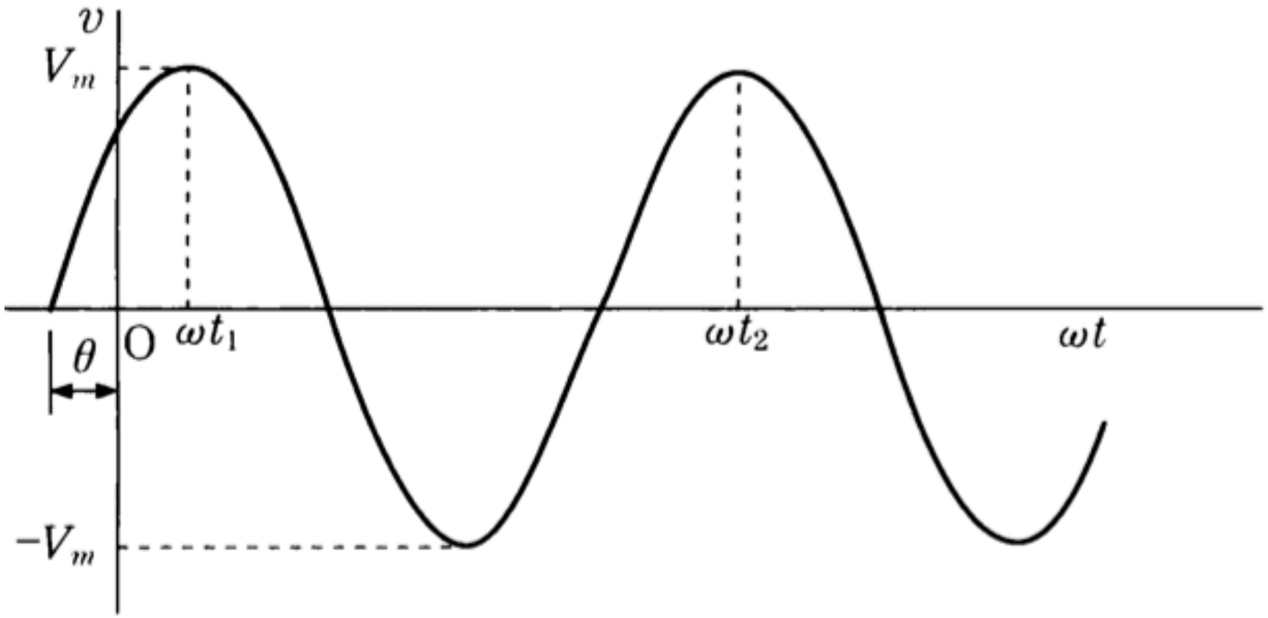


図 3.1

Source: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著

無断転載を禁ず

配布用

3.1正弦波交流の表し方

$$v = V_m \sin(\omega t + \theta)$$

- 瞬時値v: ある瞬間t[s]での電圧の値(iなら電流)
- 最大値(振幅)V_m: 電圧の最大値(I_mなら電流)
- 角周波数ω[rad/s]、時間t[s]、初期位相(角)θ[rad]

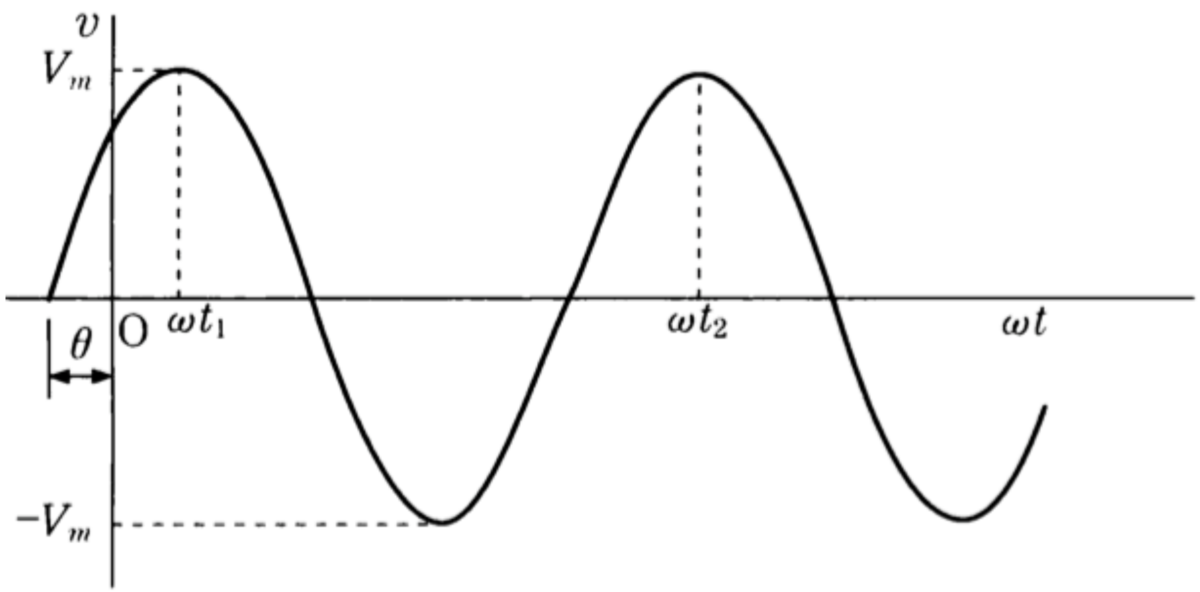


図 3.1

Source: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著

無断転載を禁ず

配布用

角周波数、周期、周波数の関係

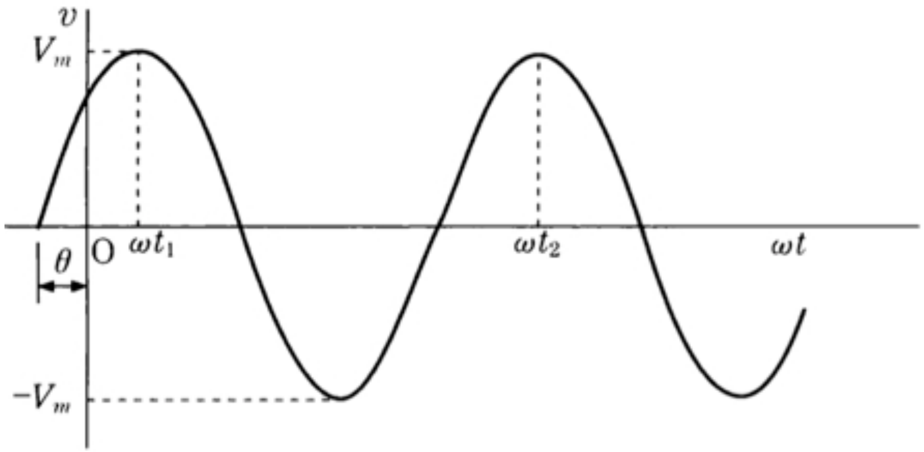


図 3.1

Source: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著

ある形が定期的に繰り返させる波 (信号) において、形の開始から終わりに必要な時間を周期 (period) と言い、記号 T[s] で表わす。図の場合 $T = t_2 - t_1[s]$ となる。また、角度について求めると $\omega t_2 - \omega t_1 = \omega T = 2\pi[rad]$ より

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, T = \frac{2\pi}{\omega} \ldots (3.2)$$

また、1[s] に繰り返される回数を周波数 (frequency) と言い、f[Hz] で表わす。T, ω, f の関係は

$$f = \frac{1}{T}, T = \frac{1}{f} \ldots (3.3)$$

$$\omega = 2\pi f, f = \frac{\omega}{2\pi} \ldots (3.4)$$

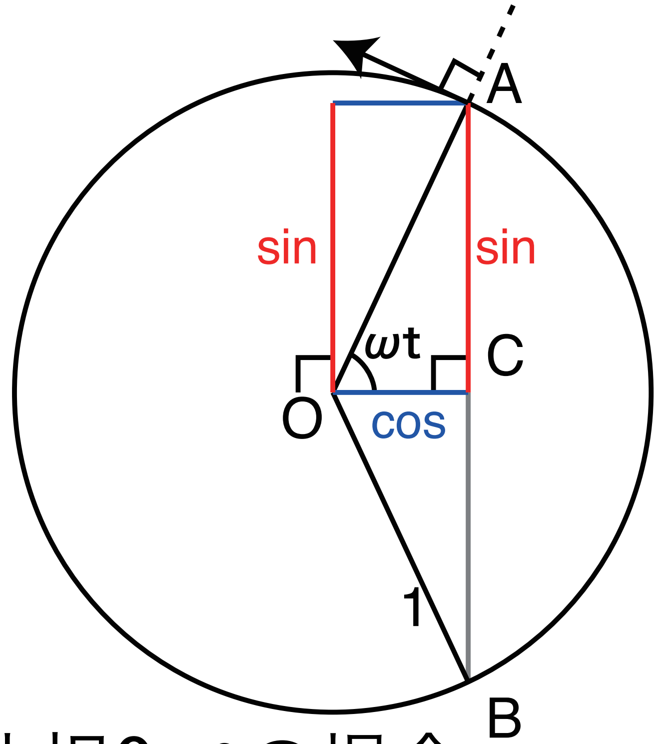
無断転載を禁ず

配布用

単位円とsin, cosの関係

- tの増加(時間の経過)によって点Aは単位円(半径が1の円)上を角周波数ωで回転する

- sin: 点Aの縦方向の大きさ
- cos: 点Aの横方向の大きさ
- 正弦波の振動は回転を意味している



Source: Wikipedia

※初期位相θ=0の場合

$$v = V_m \sin(\omega t + \theta)$$

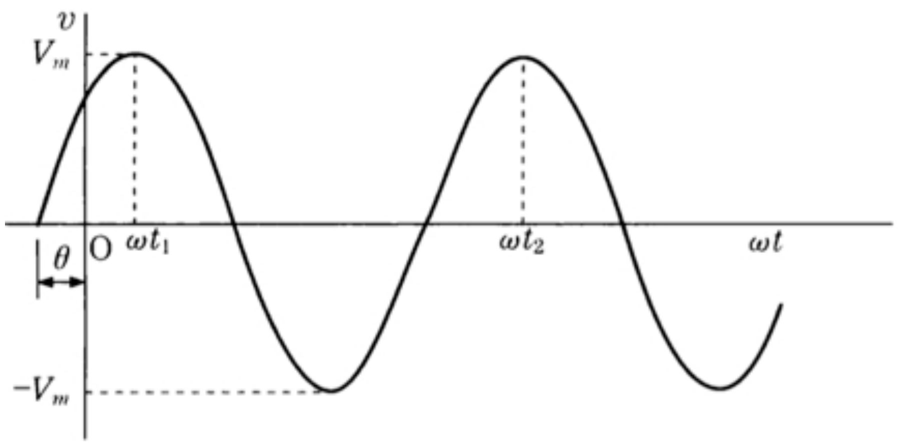


図 3.1

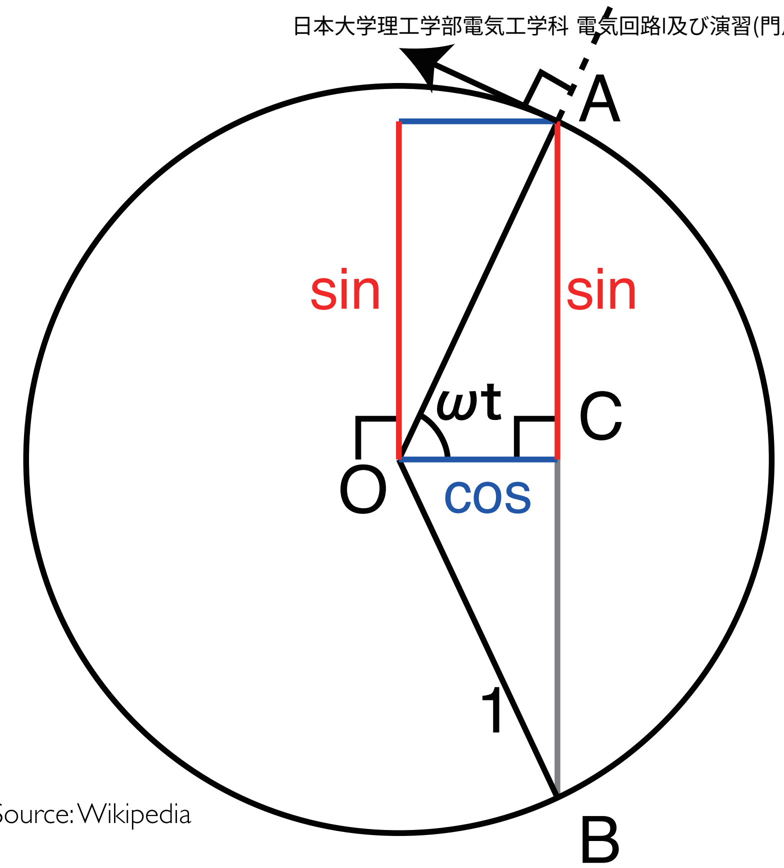
Source: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著

無断転載を禁ず

配布用

周波数と周期

- 角周波数ω: 1秒間に何rad進むか[rad/s]
  - rad: 円の弧と半径が等しくなる角度(180°/π=57.295...°: 2πで1回転)
- 周波数f: 1秒間に何回振動するか[回/s]
  - 単位: [Hz] (ヘルツ)
- 周期T: 1回の振動に何秒かかるか[s/回]
  - $T=t_2-t_1$
  - 単位: [s] (Secondの意)



Source: Wikipedia

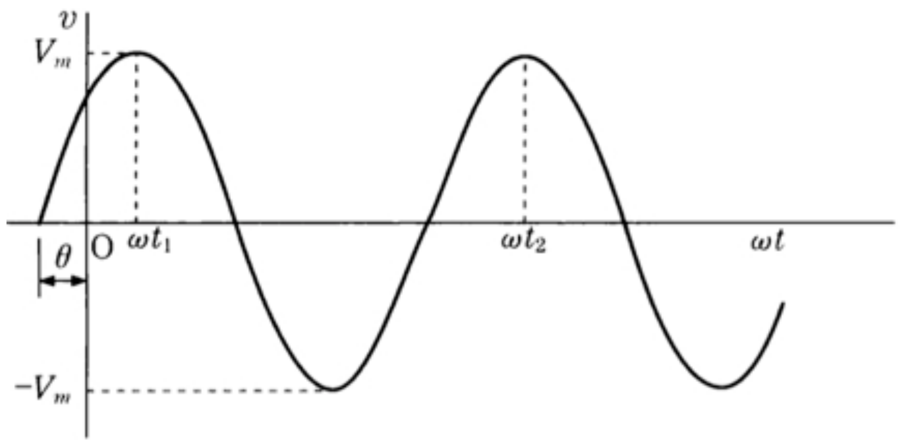


図 3.1

Source: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著

無断転載を禁ず

配布用

例題 3.1 (p.48)

次式に示す瞬時電圧 v について、最大値 V_m、角周波数 ω、周波数 f、周期 T、初期位相 θ を求めよ。

$$v = 141 \sin\left(314t + \frac{\pi}{4}\right) [V]$$

無断転載を禁ず

例題 3.1 (p.48)

配布用

次式に示す瞬時電圧 v について、最大値 V_m、角周波数 ω、周波数 f、周期 T、初期位相 θ を求めよ。

$$v = 141 \sin\left(314t + \frac{\pi}{4}\right) [V]$$

ヒント

$$v = V_m \sin(\omega t + \theta)$$

無断転載を禁ず

配布用

例 3.1 解答

$v = V_m \sin(\omega t + \theta) \ldots (3.1)$ との関係から、

最大値 $V_m = 141[V]$, 角周波数$\omega = 314[rad/s]$

周波数 $f = \dfrac{\omega}{2\pi} = 50[Hz]$, 周期 $T = \dfrac{1}{f} = 0.02[s]$

初期位相$\theta = \dfrac{\pi}{4}[rad]$

無断転載を禁ず

配布用

例題 3.2 (p48)

一般家庭のコンセントでは、正弦波交流電圧が得られる。

この瞬時電圧 v は、最大値 $141[V]$、周波数 $50[Hz]$ または $60[Hz]$ である。v を表わす式を求めよ。ただし、初期位相は $0[rad]$ とする。

無断転載を禁ず

例題 3.2 (p48)

配布用

一般家庭のコンセントでは、正弦波交流電圧が得られる。

この瞬時電圧 v は、最大値 $141[V]$、周波数 $50[Hz]$ または $60[Hz]$ である。v を表わす式を求めよ。ただし、初期位相は $0[rad]$ とする。

V_m=141

f=50or60→ω=？

θ =0

無断転載を禁ず

配布用

例題 3.2 (p48) 解答

$f = 50[Hz]$ の場合: $\omega = 2\pi f \simeq 314[rad/s]$ より

$$v = 141\sin(314t)[V]$$

$f = 60[Hz]$ の場合: $\omega = 2\pi f \simeq 377[rad/s]$ より

$$v = 141\sin(377t)[V]$$

無断転載を禁ず

配布用

初期位相と位相差

- 初期位相
  - 波単体の特徴
- 位相差
  - 相対的なもの
  - a相はb相より進んでいる
  - b相はa相より遅れている
  - 時間軸は左が過去
- <u>どちらも θ や ϕ で表わされるので注意</u>

日本大学理工学部電気工学科 電気回路I及び演習(門馬)

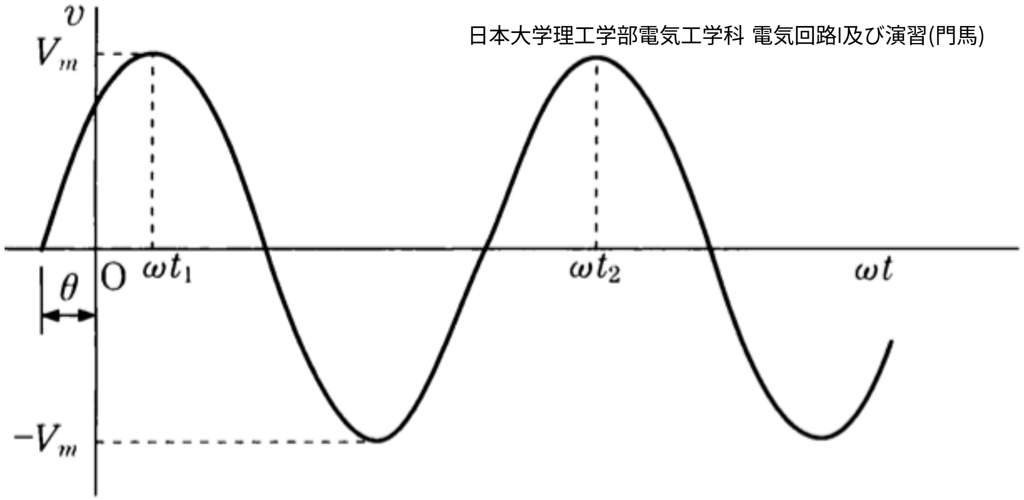
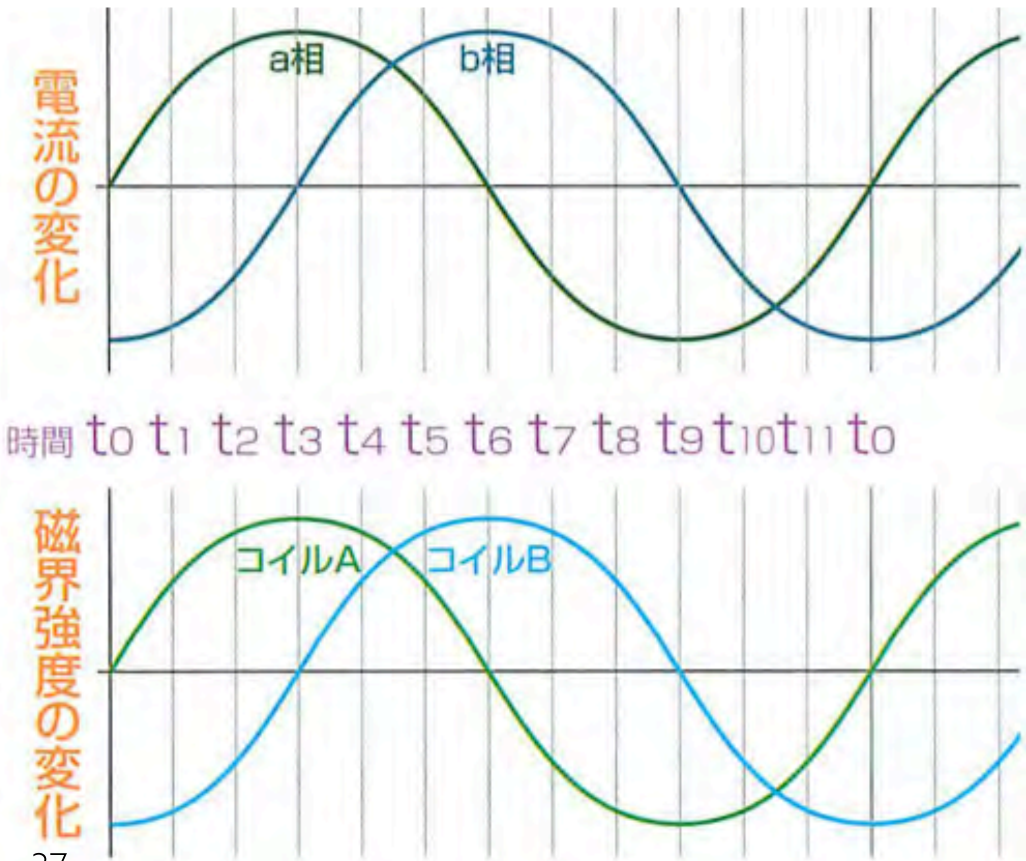


図 3.1

Source: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著



Source: 最新モータ技術のすべてがわかる本, 赤津観 監修

無断転載を禁ず

配布用

3.2 正弦波交流の平均値および実効値(p.49)

無断転載を禁ず

配布用

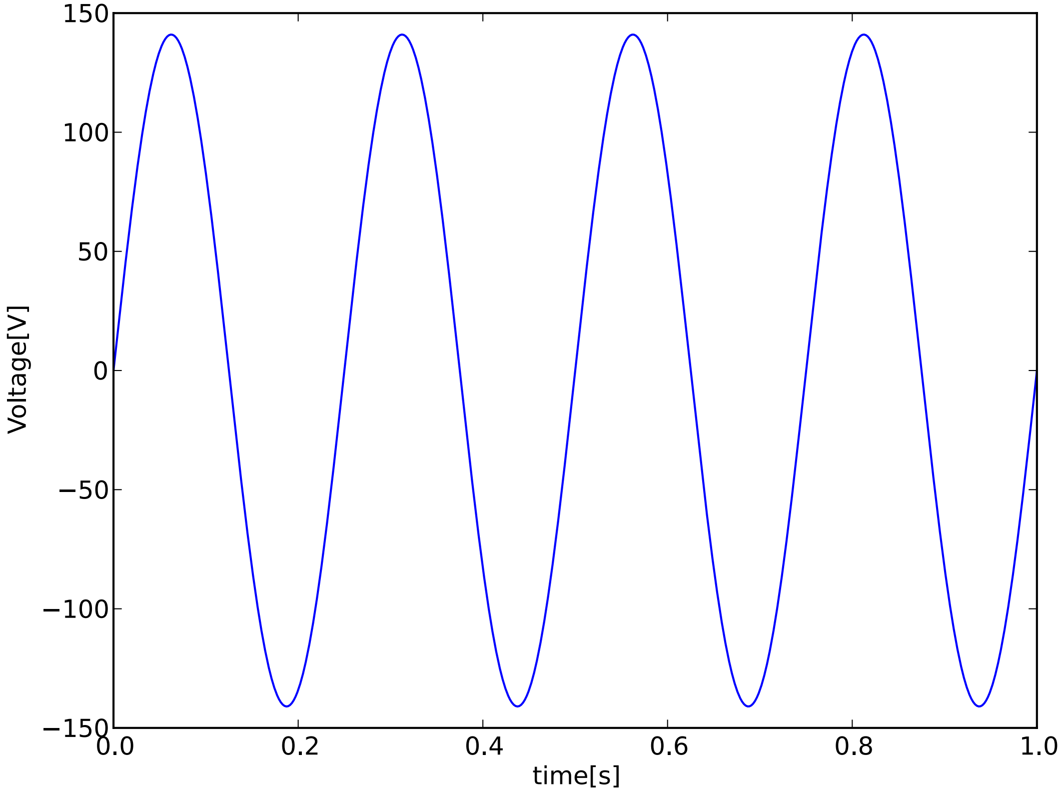
平均値と実効値がなぜ必要か

- 波形の特徴を説明する量が欲しい
- 最大値より便利な量が欲しい
- 交流の計測法(テスタ)
    - 可動コイル型 (2年設置科目: 電気計測)
    - 時間的平均を測定している (表示は実効値)

無断転載を禁ず

配布用

交流の時間的平均？



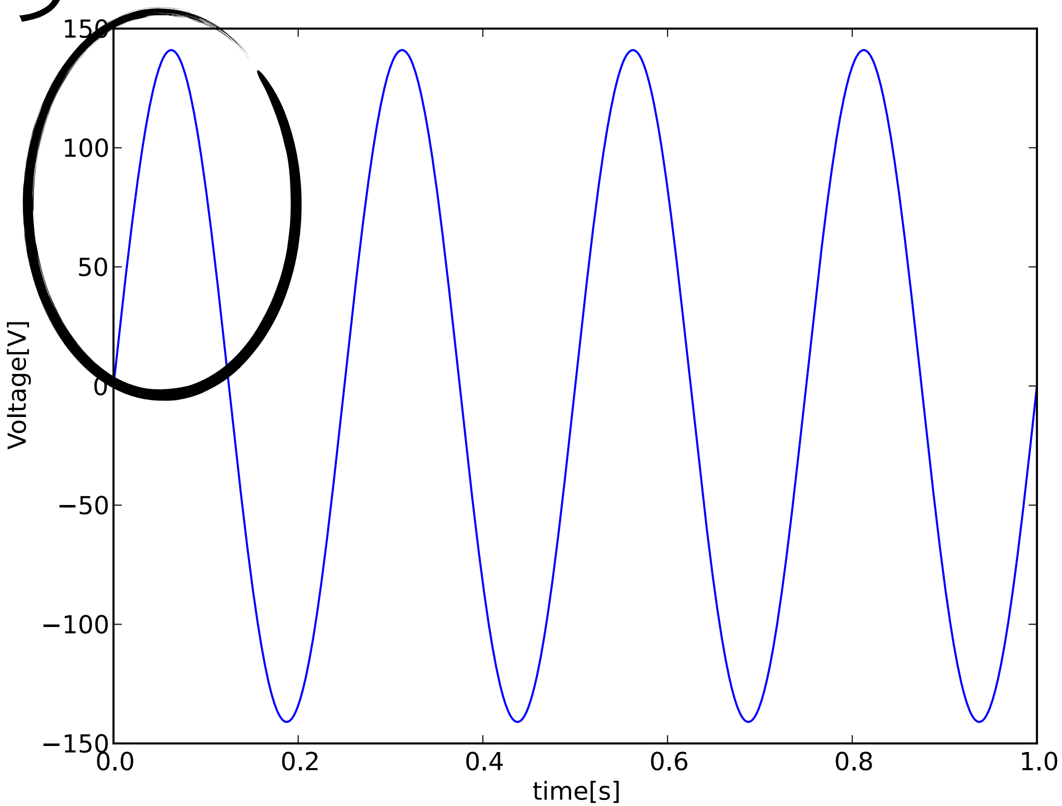
- 周期を積分するとゼロになってしまう

無断転載を禁ず

配布用

交流の時間的平均(p.49)

ここだけ使う



交流の「平均値」は半周期の平均を指す

無断転載を禁ず

配布用

式(3.5)の導出 (p.49)

$$
\begin{aligned}
V_{ave} &= \frac{1}{\frac{T}{2}}\int_0^{\frac{T}{2}} v dt = \frac{1}{\frac{T}{2}}\int_0^{\frac{T}{2}} V_m \sin(\omega t+\theta) dt \\
&= \frac{2}{T}\cdot V_m\left[-\frac{1}{\omega}\cos(\omega t)\right]_0^{\frac{T}{2}} \\
&= \frac{2}{T}\cdot V_m\cdot\frac{2}{\omega} = \frac{2}{T}\cdot V_m\cdot\frac{2}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{2}{\pi}\cdot V_m \\
&\simeq 0.637V_m[V]
\end{aligned}
$$

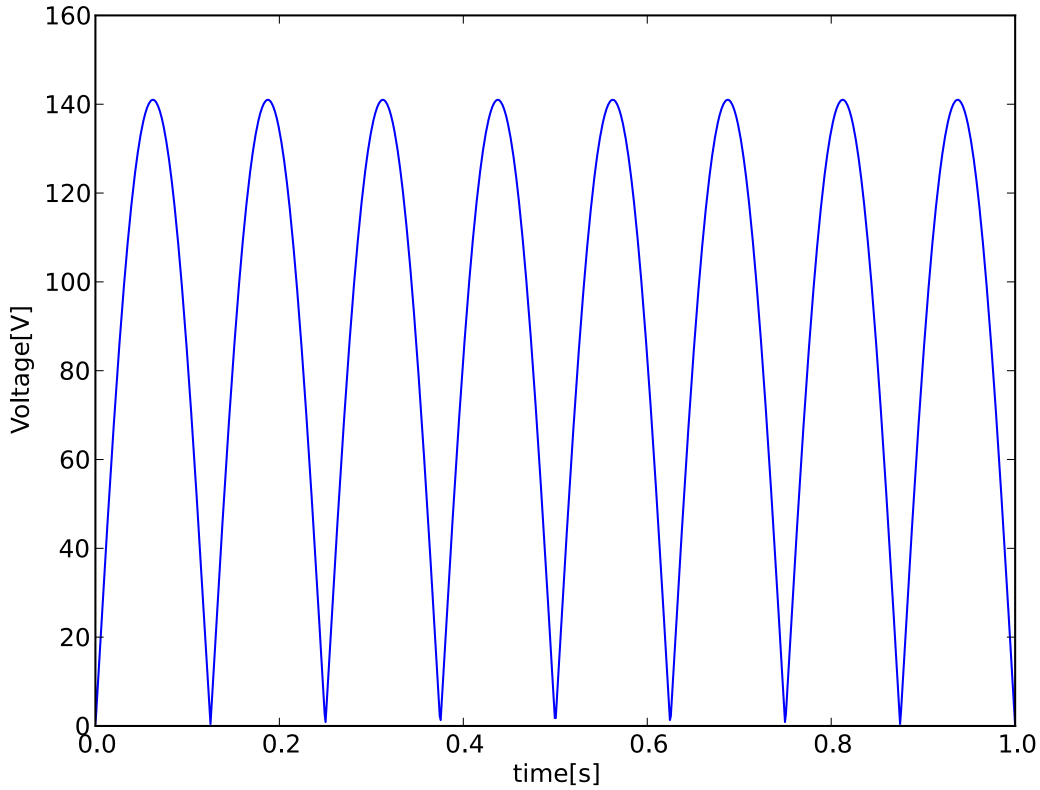
※約0.637倍になるのは正弦波だけ

無断転載を禁ず

配布用

「平均値」はどう使われるか

- 全波整流(ダイオード等を使用:後で習う)
  - 絶対値になる
  - 可動コイル型が示す平均値=半周期の平均値 (テスタはもうI工夫)
- 「平均値」の計算は半周期について求める



無断転載を禁ず

配布用

3.2.2 実効値 (p.49)

- 正弦波交流の大きさを表わす量で、最大値、平均値より便利な量
- 直流と等しい仕事をする量？
- 瞬時値の二乗平均の平方根(rms: root mean square)

無断転載を禁ず

配布用

式(3.6)の導出

$$
\begin{aligned}
V_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V_m^2 \sin^2 \omega t dt} \\
&= \sqrt{\frac{V_m^2}{T}\int_0^T \frac{1-\cos 2\omega t}{2} dt} = \sqrt{\frac{V_m^2}{T}\left[\frac{1}{2}t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_0^T} \\
&= \sqrt{\frac{V_m^2}{T}\cdot\frac{T}{2}} \\
&= \frac{V_m}{\sqrt{2}} \\
&\simeq 0.707 V_m [V]
\end{aligned}
$$

※1/√2倍になるのは正弦波だけ

無断転載を禁ず

配布用

例題 3.3 (p.50)

正弦波交流電圧 v の平均値および実効値を求めよ。

$$v = 50\sin(100\pi t)[V]$$

無断転載を禁ず

配布用

例題 3.3 (p.50)

正弦波交流電圧 v の平均値および実効値を求めよ。

$$v = 50\sin(100\pi t)[V]$$

ヒント(積分を計算する場合)

- 平均は半波長の平均を求める(積分区間は $0 \sim \frac{T}{2}$)
- 実効値は 1 波長分の二乗の平均の平方根
- 角周波数 $\omega = 100\pi$ より $T = \frac{2\pi}{\omega} = ?$

無断転載を禁ず

配布用

関数電卓でも計算可能

- [SET UP]のDRGでRAD(ラジアン)を選択する
- 平均
  - 50[÷]0.01 [sin][( ] 100 [2ndF][π][Alpha][X][ )][∫dx]
    - a=0, b=0.01 (半周期), n=100 (分割数)
- 実効値
  - 0.02 [2ndF][x^{-1}][×][( ] 50 [sin][( ] 100 [2ndF][π][Alpha][X][ )][ )][x^2][∫dx]
    - a=0, b=0.02, n=100
  - [2ndF][√][=]
- [×]は乗算、[X]はアルファベットのエックス

無断転載を禁ず

配布用

実効値の考え方

直流において R で消費する電力は

$$P_{DC} = IV_{DC} = \frac{V_{DC}^2}{R} \tag{1}$$

交流の R での (瞬時) 電力は、オームの法則が交流でも成り立つので $i(t) = \frac{v(t)}{R}$ より

$$p(t) = i(t)v(t) = \frac{\{v(t)\}^2}{R}$$

$p(t)$ の 1 周期分の平均 P

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{\{v(t)\}^2}{R}dt = \frac{\frac{1}{T}\int_0^T \{v(t)\}^2 dt}{R}$$

(1) 式の V_{DC} と等しく扱える量を実効値 V とすると、

$$V = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \{v(t)\}^2 dt}$$

実効値で計算した電力は、直流の同じ値で計算した電力と同じ値になる。つまり、実効値を使えば三角関数の計算が不要になる。

無断転載を禁ず

配布用

実効値と平均値の注意点

- 瞬時値vの正弦波交流電圧に対し、実効値はVと表記する
    - 直流と同様に電力を算出できるため
- 実効値が最大値の1/√2倍、半波長の平均値が2/π倍となるのは正弦波だけ
    - 三角波、矩形波等の場合は要計算

無断転載を禁ず

配布用

波形率(マ p.21)

- 半波長の平均値と実効値は波形固有の値
  - 波形率=実効値/半波長の平均値
  - 半波長の平均値を波形率倍すれば実効値が求まる
- テスタは予め平均値を波形率倍した目盛になっている

波形率

平均値に対する実効値の比率が，波形についての波形率Fである．波形率は発電機と装置との相関性を表わすときに使用される．

$$\text{波形率} = \frac{Y_{\mathrm{rms}}}{Y_{\mathrm{av}}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T y(t)^2\,dt}}{\frac{1}{T}\int_0^T y(t)\,dt}$$

半波対称すなわち $f(t)=-f(t+\frac{1}{2}T)$ については，平均値が図2-2のように0となる．正弦波がその例であるが，半波対称に関しては，Y_{av}は正の半周期について積算される．半サイクル平均値と呼ばれることもある．

Source: マグロウヒル大学講義 電気回路, J. A. Edminister

無断転載を禁ず