電気回路I及び演習

4. 瞬時電力と皮相・有効・無効電力

学習目標

- 正弦波交流回路での基本素子(R, L, C)による電力の違いを理解する
- 抵抗、リアクタンス、インピーダンスと有効電力、無効有効、皮相電力の関係を理解する
- 力率について理解する

もういちど基本素子と
リアクタンスとインピーダンスの復習

基本素子・リアクタンス・インピーダンスのまとめ

想像上のもの

これらは合理的な計算をするために考えられた想像上のもの

実在するもの

・抵抗R

・コイルL(後で出るM)
(自己(相互)インダクタンス)

・コンデンサC
(静電容量)

・Rのみオームの法則で使える

・これらは角周波数が変化しても値が変わらない

インピーダンス$\dot{Z}$ [Ω]

$$|\dot{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$$

・オームの法則で使える

・実在する抵抗Rと想像上のリアクタンスXを混ぜる方法

・Rが水平成分でXが垂直成分のベクトル
(Rは(R,0), Xは(0,X)のベクトルと考えて計算をする)

・角周波数でXの値が変わる

・電流, 電圧間に位相差
RとXの割合で位相差が決まる
正: 電流に対して電圧が進む
負: 電流に対して電圧が遅れる

リアクタンスX[Ω]

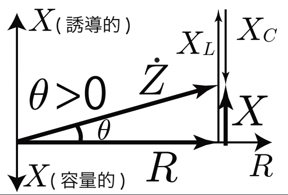
$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

・オームの法則で使える

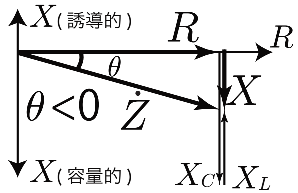
・電流, 電圧間に位相差
$X_L > X_C$: 誘導的
電圧が電流よりπ/2進む
電流が電圧よりπ/2遅れる
$X_L < X_C$: 容量的
電圧が電流よりπ/2遅れる
電流が電圧よりπ/2進む

・角周波数で値が変わる

$X_L > X_C$



$X_L < X_C$



やってはいけない

$$R+L+C, R+L, R+C, L+C, R+X_L, R+X_C, R+X, \dot{Z}+R \ \cdots$$

※抵抗は抵抗同士, リアクタンスはリアクタンス同士, インピーダンスはインピーダンス同士で計算すること

瞬時電力の復習

基本素子での瞬時電力

$v(t) = V_m \sin \omega t$ とした時、抵抗のみの瞬時電力は

$$\begin{aligned} p_R(t) &= V_m I_m \sin^2 \omega t \\ &= \frac{V^2}{R}(1 - \cos 2\omega t) \ldots (3.10) \end{aligned}$$

C のみの回路での瞬時電力は

$$\begin{aligned} p_C(t) &= vi = \omega C V_m^2 \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\ &= \omega C V^2 \sin 2\omega t \ldots (3.20) \end{aligned}$$

L のみの回路での瞬時値電力は

$$\begin{aligned} p_L(t) &= V_m \sin \omega t \cdot \left(-\frac{V_m}{\omega L} \cos \omega t \right) \\ &= -\frac{V^2}{\omega L} \sin 2\omega t \ldots (3.30) \end{aligned}$$

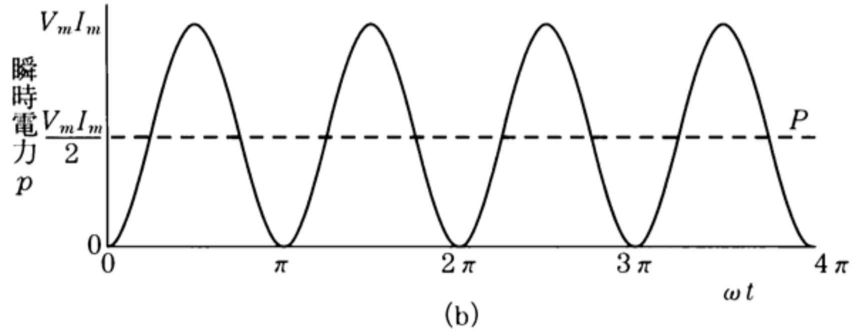


図 3.3

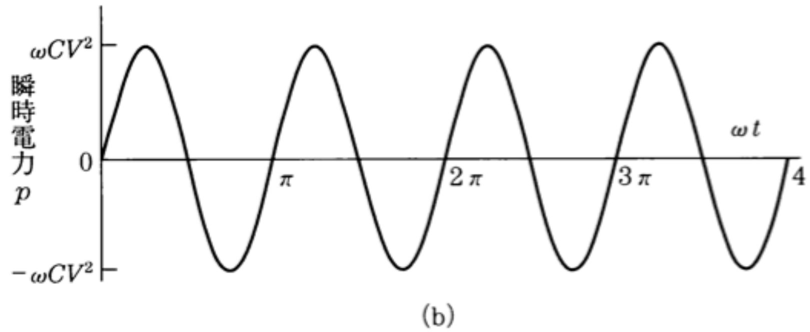


図 3.5

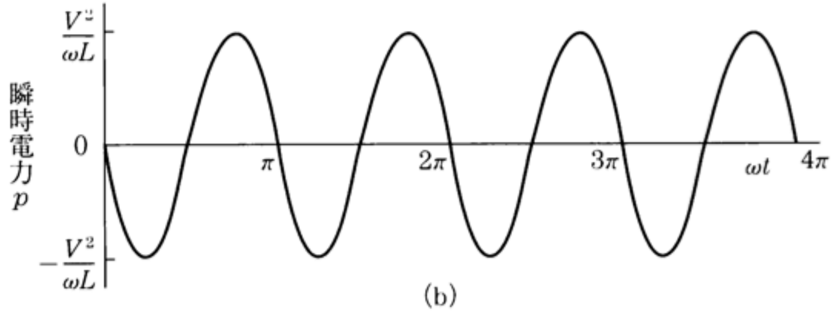


図 3.7

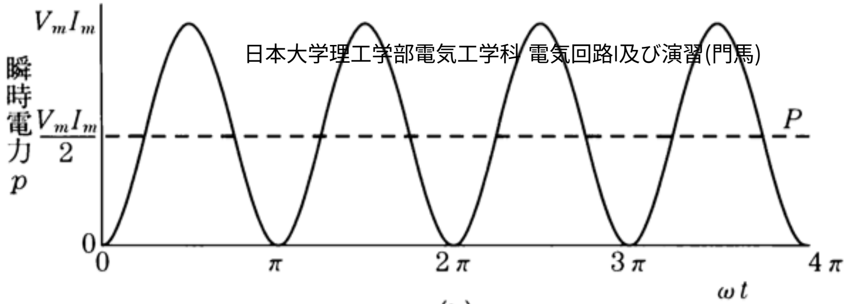
Source: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著

基本素子での瞬時電力

$v(t) = V_m \sin \omega t$ とした時、抵抗のみの瞬時電力は

$$
\begin{aligned}
p_R(t) &= V_m I_m \sin^2 \omega t \\
&= \frac{V^2}{R}(1 - \cos 2\omega t) \ldots (3.10)
\end{aligned}
$$

0〜2



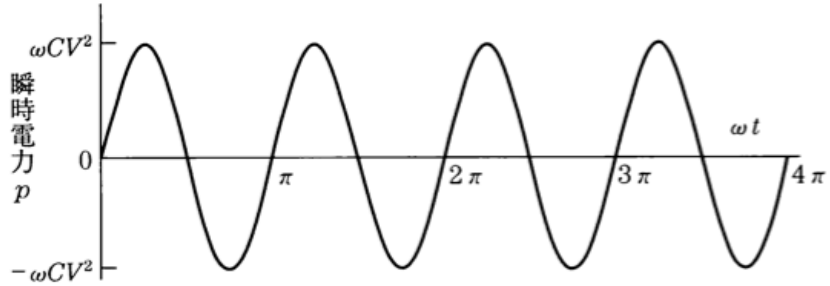
(b)

図 3.3

C のみの回路での瞬時電力は

$$
\begin{aligned}
p_C(t) &= vi = \omega C V_m^2 \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\
&= \omega C V^2 \sin 2\omega t \ldots (3.20)
\end{aligned}
$$

-1〜1



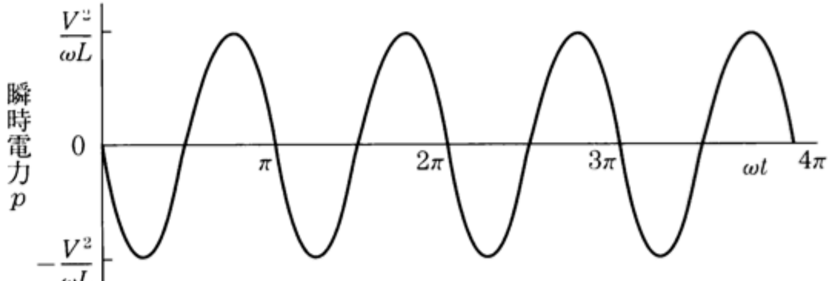
(b)

図 3.5

L のみの回路での瞬時値電力は

$$
\begin{aligned}
p_L(t) &= V_m \sin \omega t \cdot \left(-\frac{V_m}{\omega L} \cos \omega t\right) \\
&= -\frac{V^2}{\omega L} \sin 2\omega t \ldots (3.30)
\end{aligned}
$$

-1〜1



(b)

図 3.7

Source: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著

LやCのみ、つまりリアクタンスでの瞬時電力の平均は0

→使ってるようで使ってない無駄がある

抵抗とリアクタンスによる電力の違い

ac•tive /ǽktɪv/
→act
(名)activity
形容詞 more ～; most ～/ 1b, 4, 5, 6, 8, 9は通例比較なし
1
a. 〈人•生活などが〉活動的な, **活発な, じっとしていない**; «…で» **精力的な, 活躍する** «*in*»

- 瞬時電力の平均値(抵抗Rのみで使われると最も効率良が良く、リアクタンスのみの時0)
  - 有効電力P [W] (active power)
- リアクタンスXで使われる(ように見える)電力
  - 無効電力Q[var] (reactive power)

re•ac•tive /riǽktɪv/
形容詞
1 受け身的な, (消極的な)待ちの姿勢の.
2 反応を示す; 〔化〕反応を起こしやすい〈物質〉.

Source: ウィズダム英和辞典

Quiz

Q. C又はLだけの(リアクタンスの)回路にRを繋いだら有効電力はどうなる？

1. Rの時と同じ(図3.3の点線)になる
2. C又はLの時と同じく0になる
3. Rとリアクタンスの割合で決まる

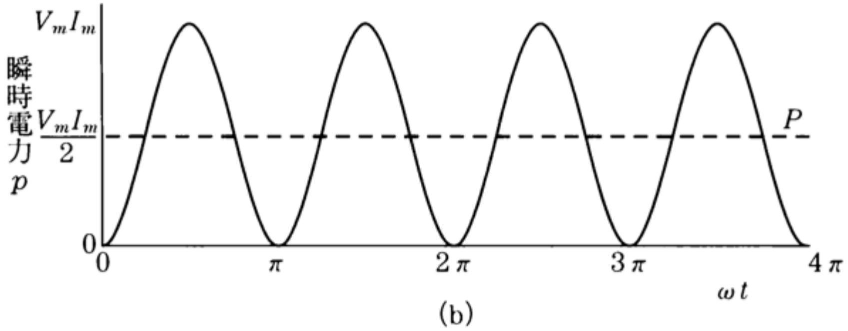


図 3.3

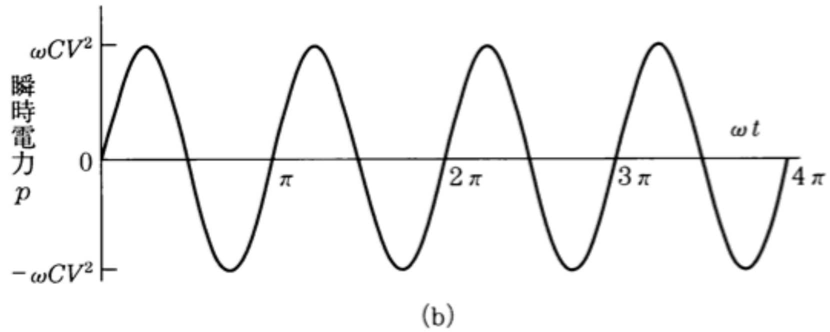


図 3.5

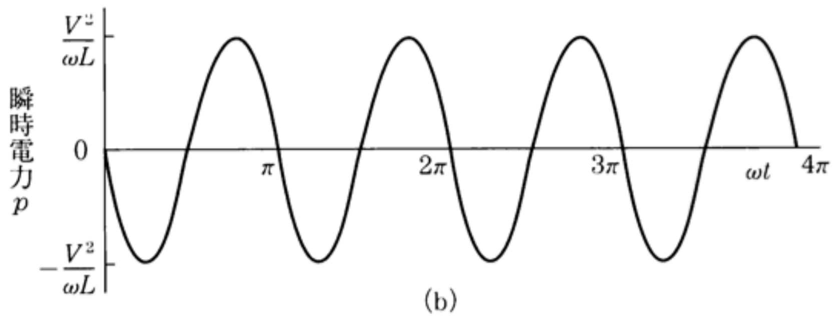


図 3.7

Source: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著

Quiz

Q. C又はLだけの(リアクタンスの)回路にRを繋いだら有効電力はどうなる？

1. Rの時と同じ(図3.3の点線)になる
2. C又はLの時と同じく0になる
3. Rとリアクタンスの割合で決まる

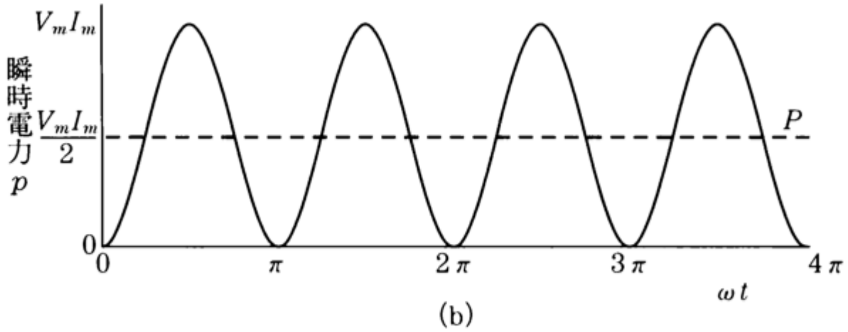


図 3.3

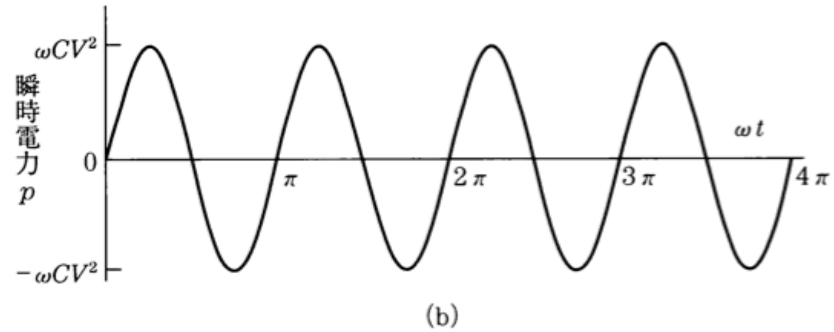


図 3.5

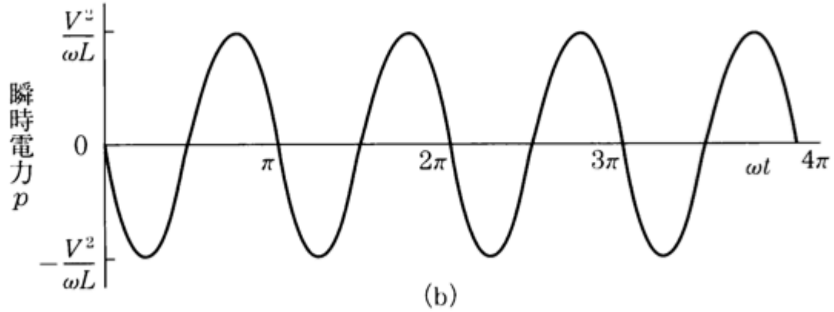


図 3.7

Source: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著

位相差θを生ずる負荷での瞬時電力(p76)

v を基準として

$$
\begin{aligned}
v(t) &= V_m \sin \omega t = \sqrt{V} \sin \omega t \\
i(t) &= I_m \sin(\omega t + \theta) = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \theta) \ldots (3.77) \\
p(t) &= vi = V_m I_m \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \theta) \\
&= 2VI \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \theta) \\
&= 2VI \left(-\frac{1}{2} (\cos(2\omega t + \theta) - \cos(-\theta)) \right) \\
&= 2VI \left(\frac{1}{2} (\cos \theta - \cos(2\omega t + \theta)) \right) \\
&= VI \cos \theta - VI \cos(2\omega t + \theta) \ldots (3.78)
\end{aligned}
$$

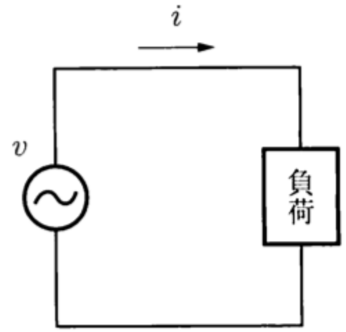


図 3.17

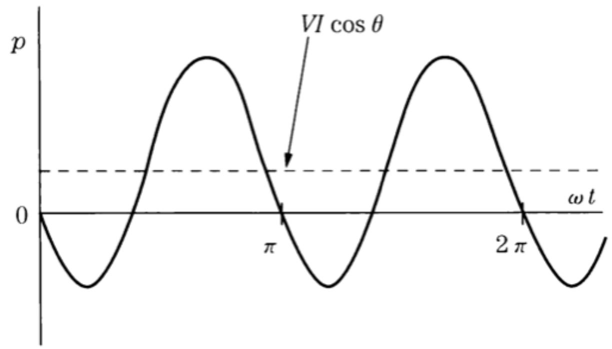


図 3.18

第 1 項は θ に依存した定数で、第 2 項は v, i に対し 2 倍の周波数で振動する。従って積分をするまでもなく 1 周期分の平均値は第 1 項となる。つまり、

$$
\text{有効電力 } P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) = VI \cos \theta [W] \ldots (3.79)
$$

皮相電力S(p77)

インピーダンスの位相 θ は $R > 0$ なので $-90^\circ \le \theta \le 90^\circ$ となり、$\cos\theta$ は $0 \sim 1$ の範囲になる。従って

$$有効電力\ P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t) = VI\cos\theta[W]\ldots(3.79)$$

は、「有効電力は VI のうち $\cos\theta$ が有効に使われている」と解釈できる。この $\cos\theta$ は力率 (power factor) と呼ぶ。
この VI を位相を無視した見掛けの電力として皮相電力 (apparent power) と呼び、$S[VA]$(ボルトアンペア) で表わす。この関係より

$$力率 = \cos\theta = \frac{有効電力\ P}{皮相電力\ S}\ldots(3.80)$$

単に電力と言う場合には有効電力を指す (p.77 2行目)

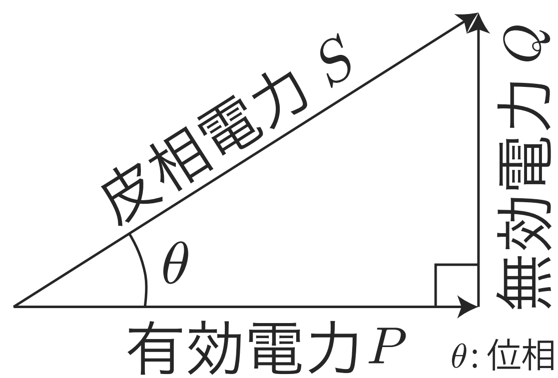
無効電力Q(p77)

有効電力 P は皮相電力 S のうち力率 $\cos\theta$ の割合を占める。残りの電力は有効な電力と見掛けの電力の間を取り持つ電力で、これがリアクタンスのみの回路で生じていた無効電力 $Q[var]$(バール) である。皮相電力 S との関係は

$$\text{無効電力}\ Q = S\sin\theta = VI\sin\theta[var]$$

となる。つまり有効電力、無効電力、皮相電力の関係はインピーダンス同様にベクトルのような関係と言える。図より

$$S = VI = \sqrt{P^2+Q^2} = \sqrt{(VI\cos\theta)^2+(VI\sin\theta)^2}[VA]\ldots(3.81)$$



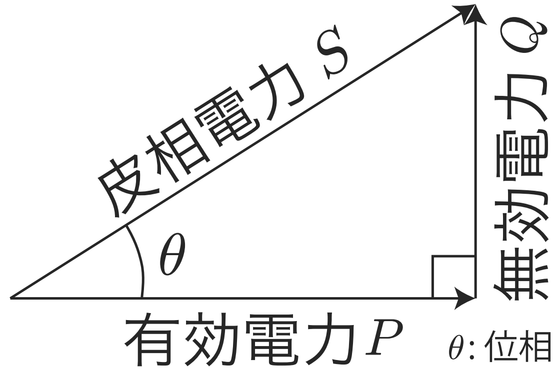
電力と位相の関係

皮相電力 $S = VI = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(VI\cos\theta)^2 + (VI\sin\theta)^2}[VA] \ldots (3.81)$

有効電力 $P = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T p(t) = VI\cos\theta[W] \ldots (3.79)$

無効電力 $Q = S\sin\theta = VI\sin\theta[var]$

力率 $\cos\theta = \dfrac{P}{S}$



(電流に対する電圧の) 位相$\theta = \cos^{-1}\dfrac{P}{S} = \sin^{-1}\dfrac{Q}{S} = \tan^{-1}\dfrac{Q}{P}$

無効電力 $Q = 0$ かつ有効電力 $P \neq 0$ のとき

$$S = P, \cos\theta = 1.0$$

有効電力 $P = 0$ かつ無効電力 $Q \neq 0$ のとき

$$S = Q, \cos\theta = 0$$

例題3.12 (p.78)

抵抗 $R = 4[\Omega]$ と誘導性リアクタンス $X_L = 3[\Omega]$ とが直列接続された回路に、瞬時電圧 $v = 100\sqrt{2}\sin\omega t[V]$ を加えた。回路を流れる電流の瞬時値 i、回路の皮相電力 S、有効電力 P、無効電力 Q、および力率 $\cos\theta$ を求めよ。

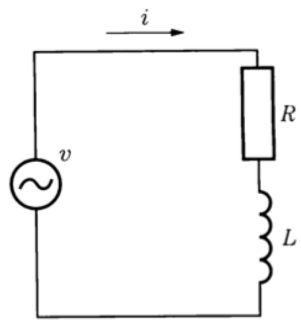


図 3.8

ource: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著

例題3.12 の出題意図

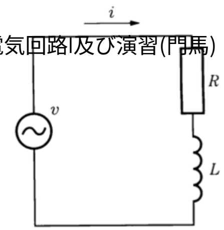


図 3.8

Source: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦

$|\dot{Z}|$ と θ を求める

抵抗 $R = 4[\Omega]$ と誘導性リアクタンス $X_L = 3[\Omega]$ とが直列接続された回路に、瞬時電圧 $v = 100\sqrt{2}\sin\omega t[V]$ を

$V_m = 100\sqrt{2}, I_m = V_m/|\dot{Z}|, V = 100, I = V/|\dot{Z}|$

加えた。回路を流れる電流の瞬時値 i、回路の皮相電力 S、有効電力 P、無効電力 Q、および力率 $\cos\theta$ を求めよ。

$$
\begin{aligned}
\text{皮相電力 } S &= VI = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(VI\cos\theta)^2 + (VI\sin\theta)^2}[VA] \ldots (3.81) \\
\text{有効電力 } P &= \frac{1}{T}\int_0^T p(t) = VI\cos\theta[W] \ldots (3.79) \\
\text{無効電力 } Q &= S\sin\theta = VI\sin\theta[var] \\
\text{力率 } \cos\theta &= \frac{P}{S}
\end{aligned}
$$

例題 3.12 解答例-1

インピーダンス $|\dot{Z}|$ および位相 θ は $R = 4[\Omega], X_L = 3[\Omega]$ より

$$
\begin{aligned}
|\dot{Z}| &= \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5[\Omega] \\
\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) \simeq 36.9^\circ
\end{aligned}
$$

(電圧は電流に対して 36.9° 進む)

また、$V_m = 100\sqrt{2}$ より電圧の実効値 $V = 100[V]$ となり、$I = \frac{V}{|\dot{Z}|}$ より電流の実効値 I および瞬時値 i は

$$
\begin{aligned}
I &= \frac{V}{|\dot{Z}|} = \frac{100}{5} = 20[A] \\
i &= I\sqrt{2}\sin(\omega t - \theta) = 20\sqrt{2}\sin(\omega t - 36.9^\circ)[A] \\
\text{または} &\simeq 28.3\sin(\omega t - 36.9^\circ)[A]
\end{aligned}
$$

となる。

例題 3.12 解答例-2
以上の結果より

$$
\begin{aligned}
\text{力率}\cos\theta &= \cos 36.9^\circ \simeq 0.8 \\
\text{または} &= \frac{R}{|\dot{Z}|} = \frac{4}{5} = 0.8 \\
\text{皮相電力 } S &= VI = 100 \times 20 = 2000[V \cdot A] = 2[kV \cdot A] \\
\text{有効電力 } P &= VI\cos\theta = 2000 \times 0.8 = 1600[W] = 1.6[kW] \\
\text{無効電力 } Q &= VI\sin\theta = 2000 \times \sin 36.9^\circ \simeq 1.20[kvar] \\
\text{または} &= VI\sin\theta = 2000 \times \frac{X_L}{|\dot{Z}|} \\
&= 2000 \times \frac{3}{5} = 1200[var] = 1.2[kvar]
\end{aligned}
$$

どうすれば解けるか

- 電圧、電流について
  - 瞬時値や最大値と実効値、角周波数と周波数、位相の関係を使う
- インピーダンスについて
  - 抵抗とリアクタンスの関係を理解する(ベクトル)
  - リアクタンスによる位相差の発生を理解する
- 力率について
  - cosθだけでなくインピーダンスと抵抗、皮相電力と有効電力の関係からも求まる事を利用する
- 電力について
  - インピーダンスとの対応を理解する。何に由来する電力かを考える
- 以上の関係を表わす式を頭に入れ、問題に合わせて関係を書き出す