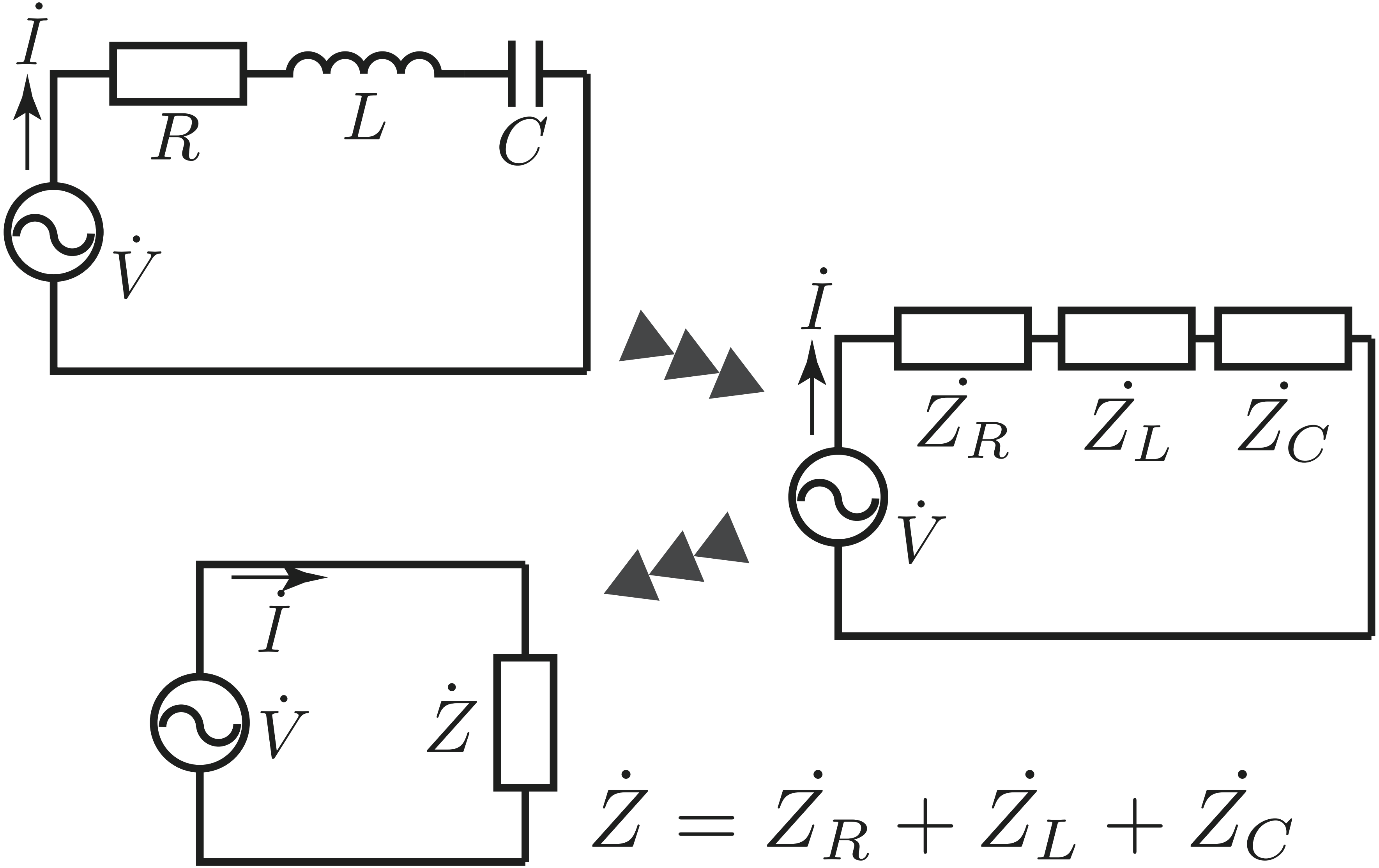
電気回路I及び演習

8. 複雑な回路とフェーザ図

学習目標

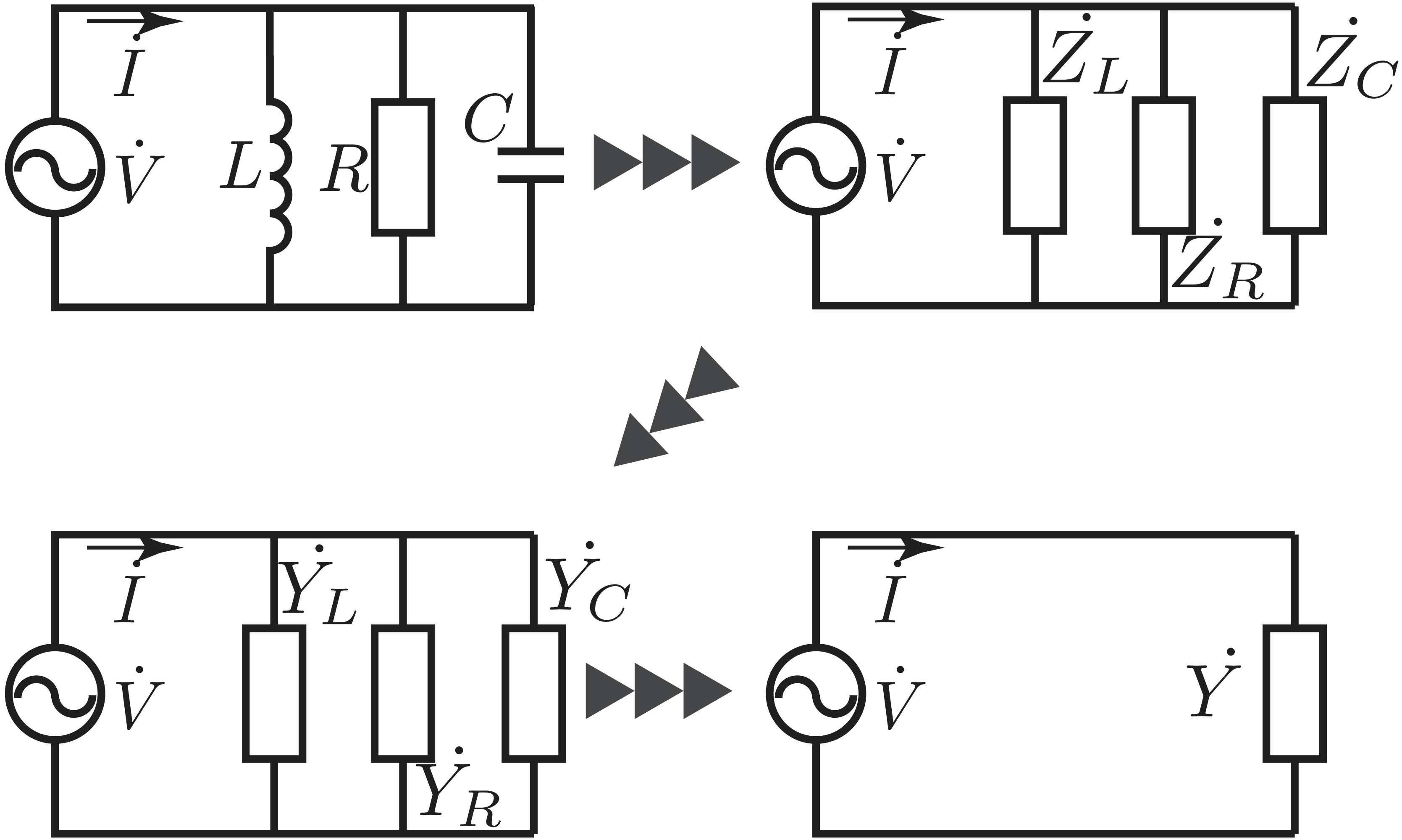
- 直列と並列が混在する回路(直並列回路)の等価インピーダンスの考え方を理解する
- 直並列回路でのフェーザやインピーダンス図、アドミタンス図について理解する
- 節点の電位と回路図の関係について理解する

直列回路でやったこと



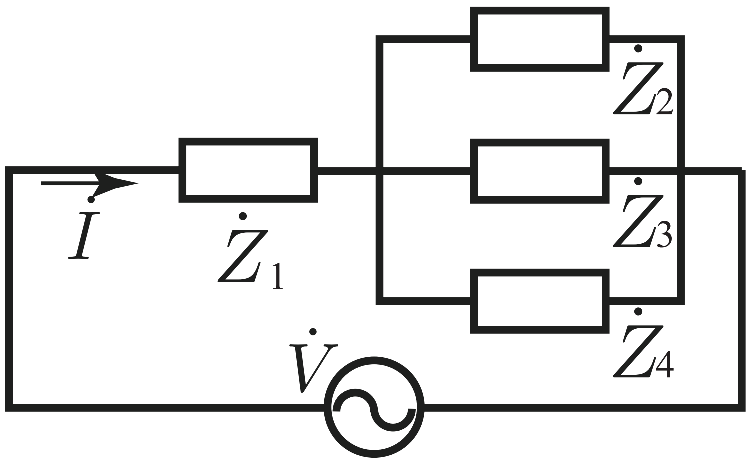
$$\dot{Z} = \dot{Z}_R + \dot{Z}_L + \dot{Z}_C$$

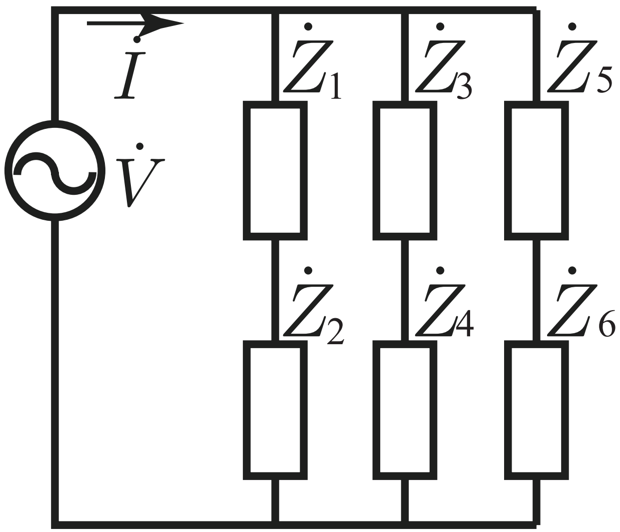
並列回路でやったこと



$$\dot{Y} = \dot{Y}_R + \dot{Y}_L + \dot{Y}_C$$

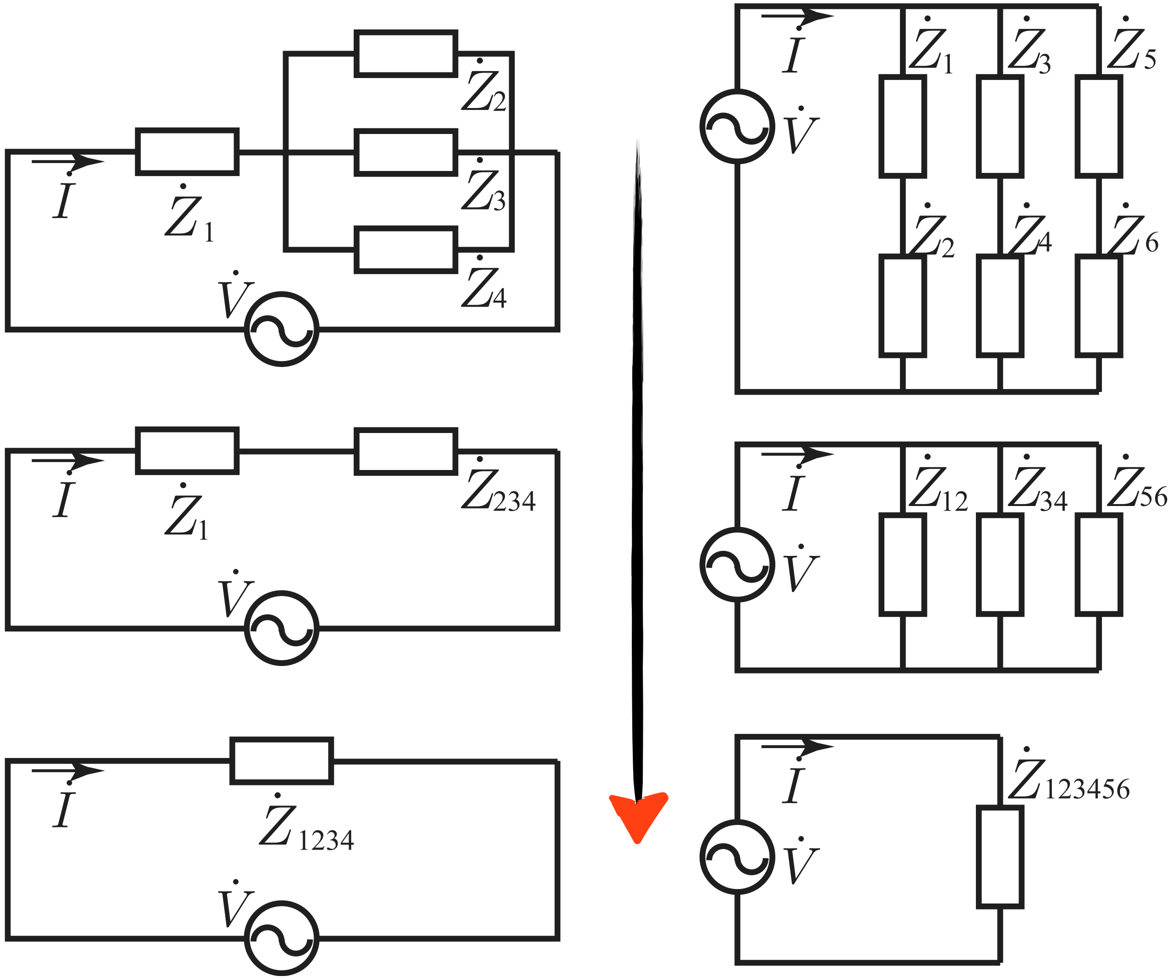
直並列回路





- 直列のみ、並列のみの回路はあまり無い
- 部分的に直列と並列が混在した回路を扱う必要がある
- 複雑な回路でもこれまでの知識である程度は対応可能
- 複数の電源が存在する場合やΔ形、スター形のように、更に複雑な場合は別の方法を使う(後日)

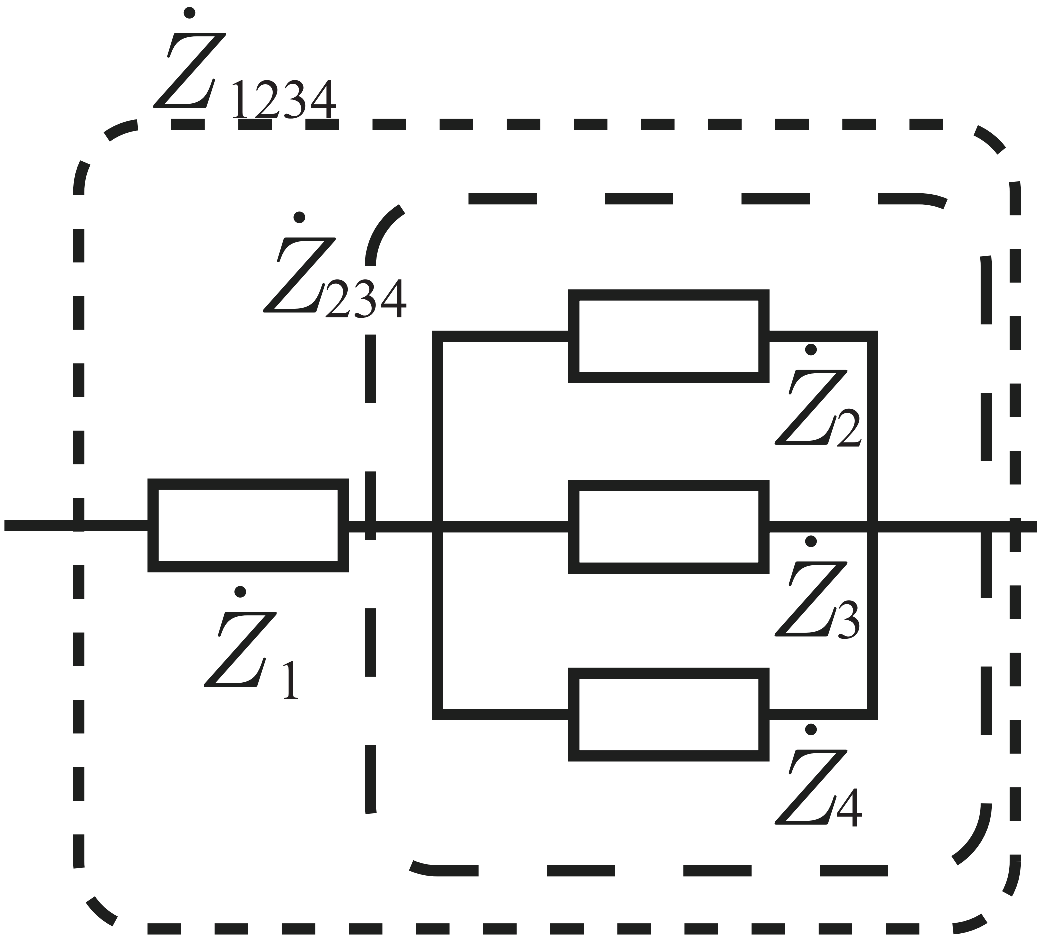
直並列回路の考え方



1. 回路の各素子をインピーダンス(又はアドミタンスにする
2. 素子の簡単な組合せからまとめる(無理に直並列をまとめない) ※まとめる過程は面倒でも書く
3. 1つの等価インピーダンス(又はアドミタンスにまとまったら電圧・電流を計算する
4. 各素子の電圧・電流を求める方法は3→2→1と単純な状態から考える(詳細は後述)

まとめ方の例

$\dot{Z}_1$ と $\dot{Z}_2, \dot{Z}_3, \dot{Z}_4$ の並列回路が直列になっていることがわかる。



1. $\dot{Z}_2, \dot{Z}_3, \dot{Z}_4$ の並列回路をまとめる。$\dot{Y}_2, \dot{Y}_3, \dot{Y}_4$ を求めて

$$\dot{Y}_{234} = \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3 + \dot{Y}_4$$

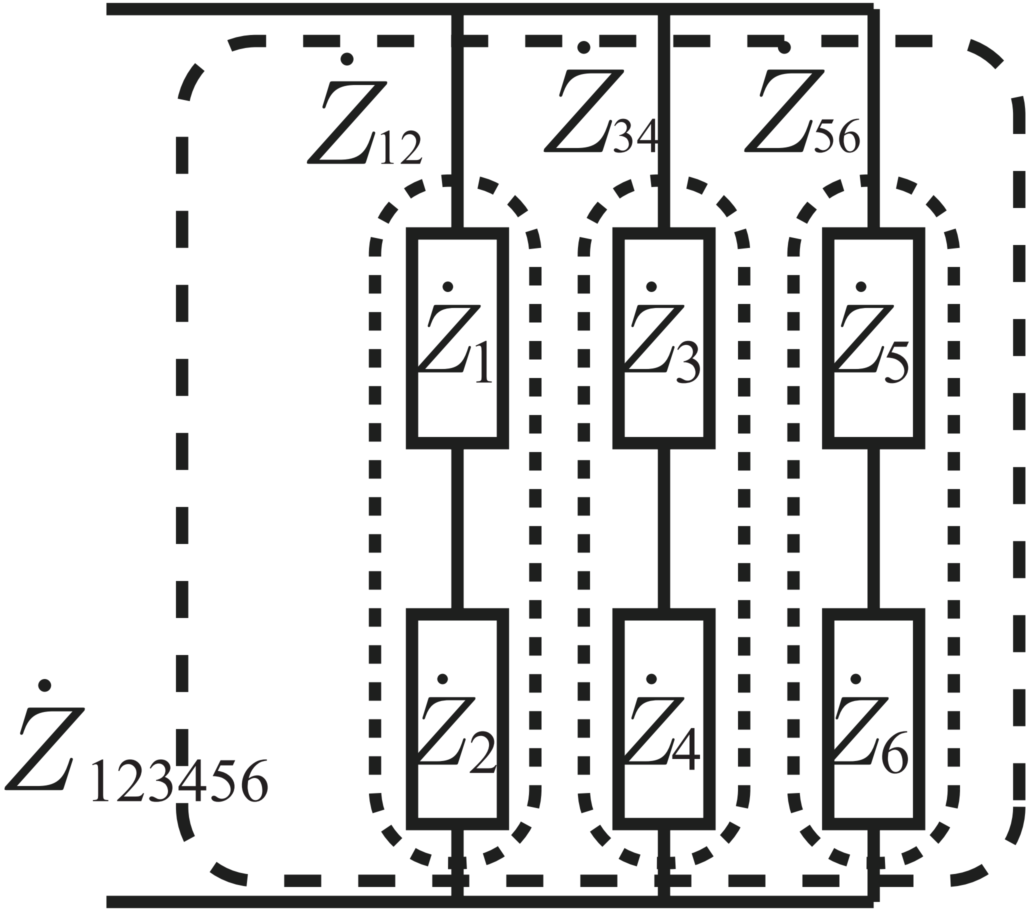
より $\dot{Z}_{234} = \frac{1}{\dot{Y}_{234}}$

2. $\dot{Z}_1$ と $\dot{Z}_{234}$ の直列回路をまとめる。

$$\dot{Z}_{1234} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_{234}$$

3. 電圧・電流を求める。

例その2



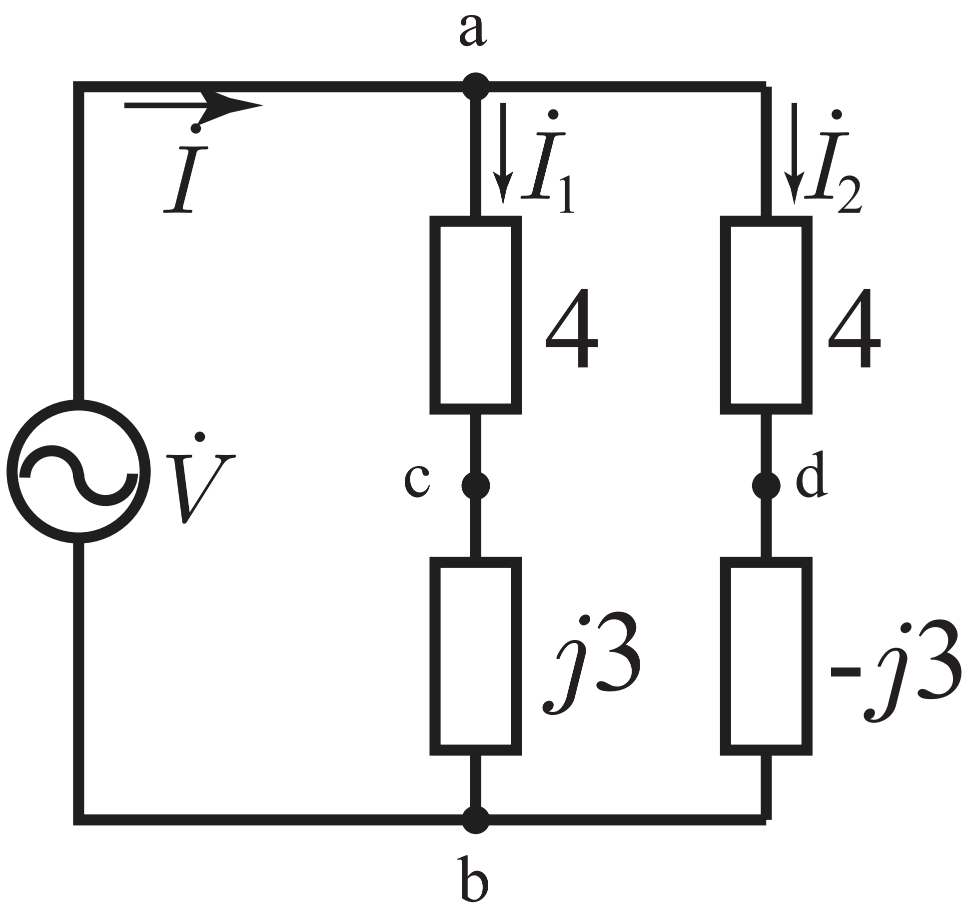
$\dot{Z}_1$ と $\dot{Z}_2$ の直列回路、$\dot{Z}_3$ と $\dot{Z}_4$ の直列回路、$\dot{Z}_5$ と $\dot{Z}_6$ の直列回路が並列になっていることがわかる。

1. 各枝路の直列回路をまとめる。$\dot{Z}_{12} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2, \dot{Z}_{34} = \dot{Z}_3 + \dot{Z}_4, \dot{Z}_{56} = \dot{Z}_5 + \dot{Z}_6$
2. 回路は $\dot{Z}_{12}, \dot{Z}_{34}, \dot{Z}_{56}$ の並列回路なのでアドミタンス $\dot{Y}_{12} = \frac{1}{\dot{Z}_{12}}$ (34, 56 も同様) を求めてまとめる。

$$\dot{Y}_{123456} = \dot{Y}_{12} + \dot{Y}_{34} + \dot{Y}_{56}$$

3. 必要に応じてインピーダンスを $\dot{Z}_{123456} = \frac{1}{\dot{Y}_{123456}}$ より求める
4. 電圧・電流を求める。

例題: 以下の回路で cd 間の電圧 $\dot{V}_{cd}$ を求めよ。但し、$\dot{V} = 100[V]$ とする。



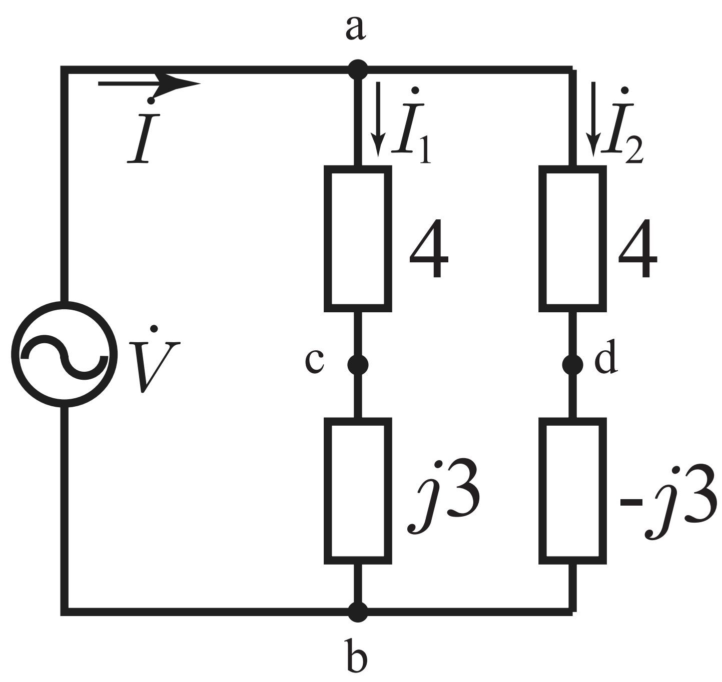
並列回路なので、各枝路には $\dot{V} = 100[V]$ が加わるため、枝路のインピーダンスおよび電流は

$$\dot{Z}_{acb} = 4 + j3[\Omega] = 5\angle 36.9^\circ[\Omega]$$

$$\dot{Z}_{adb} = 4 - j3[\Omega] = 5\angle(-36.9^\circ)[\Omega]$$

$$\dot{I}_1 = \frac{100}{5\angle 36.9^\circ} = 20\angle(-36.9^\circ)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{100}{5\angle(-36.9^\circ)} = 20\angle 36.9^\circ$$



cb 間電圧と bd 間電圧は

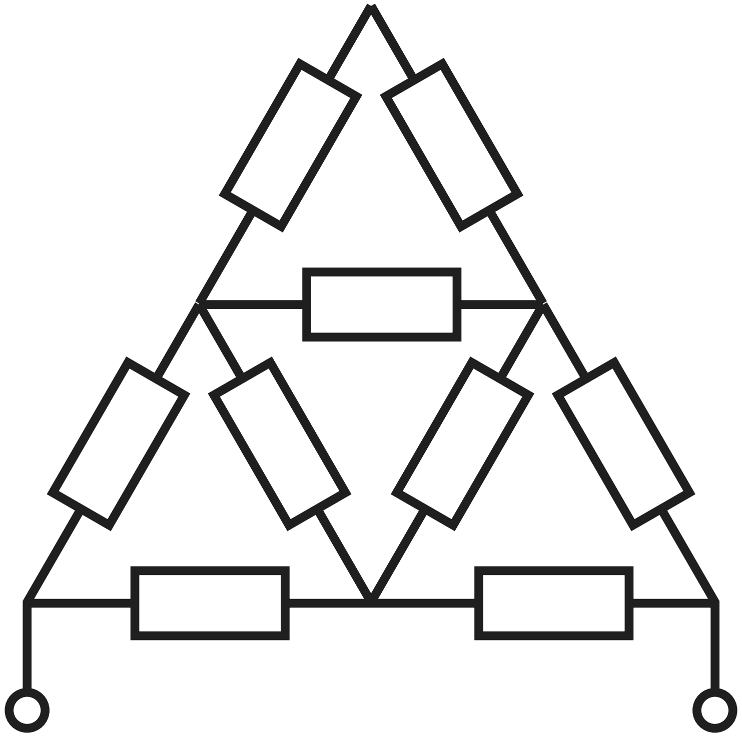
$$\dot{V}_{cb} = 3\angle 90^\circ \times 20\angle(-36.9^\circ) = 60\angle 53.1^\circ$$

$$\dot{V}_{bd} = 3\angle(-90^\circ) \times 20\angle 36.9^\circ = 60\angle(-53.1)^\circ$$

よって

$$\dot{V}_{cd} = \dot{V}_{cb} - \dot{V}_{bd} = 60\angle 53.1^\circ - 60\angle(-53.1^\circ) = 96\angle 90^\circ[V]$$

更に複雑な場合は？



- 直列、並列にまとめられない場合はお手上げ
- 11回目の閉路方程式や接点電圧方程式で解く

直並列回路とフェーザ

RLC直列回路でのフェーザ

直列に繋がれた各素子に加わる電圧の総和は、全素子に加わる電圧に等しい。※ただしベクトルの和

$$\dot{V} = \dot{V}_R + \dot{V}_L + \dot{V}_C$$

また、$\dot{V} = \dot{I}\dot{Z}$ の関係より

1. 各素子に流れる電流は同一の $\dot{I}$
2. 抵抗に生じる電圧と電流は同相
3. L, C に生じる電圧は電流に対して位相が $+90^\circ, -90^\circ$ 異なる (進み、遅れ)
4. インピーダンスの位相が θ であるとき、電圧は電流に対して θ 進む

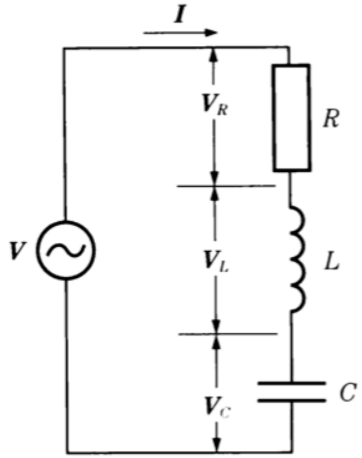


図 4.17

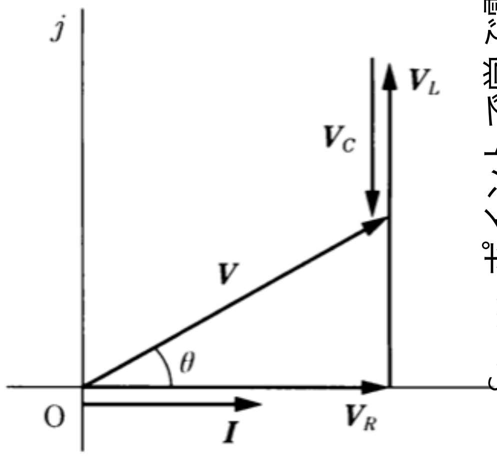


図 4.18

図は $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ の場合

Source: ポイントで学ぶ電気回路 三浦光著

RLC並列回路でのフェーザ

並列に繋がれた各素子に流れる電流の総和は、合成アドミタンスに流れる電流に等しい。※ただしベクトルの和

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C$$

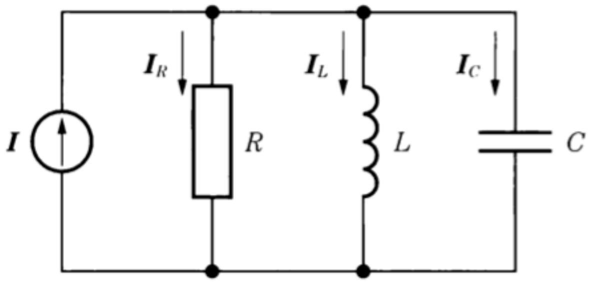
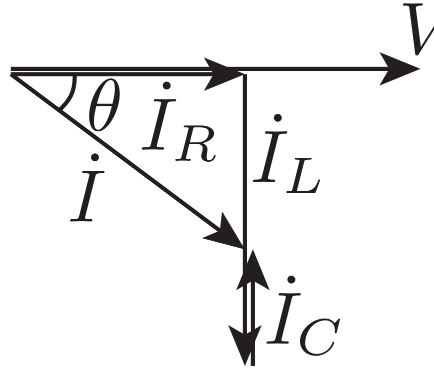


図 4.21



図は $\omega C < \frac{1}{\omega L}$ の場合

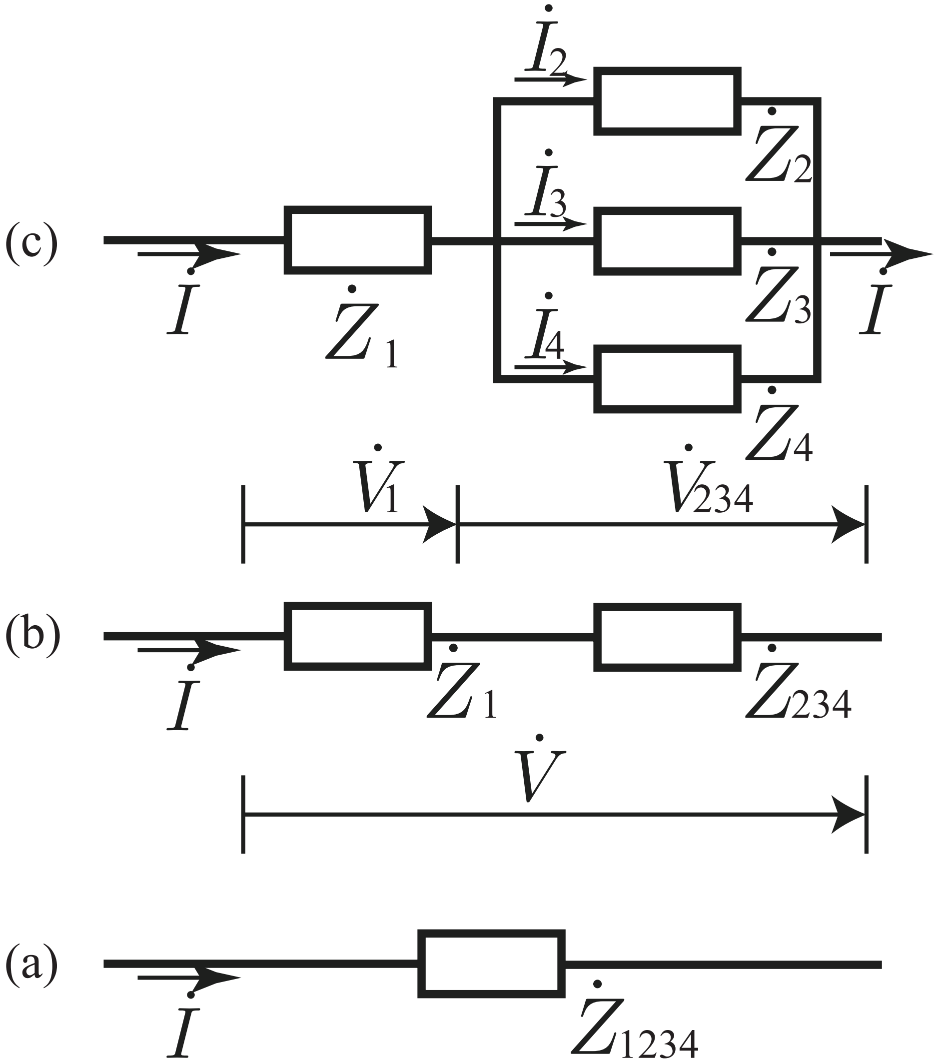
また、$\dot{I} = \dot{Y}\dot{V}$ の関係より

1. 各素子にかかる電圧は同一の $\dot{V}$
2. 抵抗に流れる電流と電圧は同相
3. L, C に流れる電流は電圧に対して位相が $-90°, +90°$ 異なる (遅れ、進み)
4. アドミタンスの位相が θ であるとき、電流は電圧に対して θ 進む

フェーザと各素子の電圧・電流を求める際のルール

直列回路: 電圧は分圧、電流は共通、ベクトル和は電圧

並列回路: 電圧は共通、電流は分流、ベクトル和は電流



1. (a) と (b) を比較して直列か並列かを見る。

2. $\dot{Z}_1$ と $\dot{Z}_{234}$ の直列なので上記ルールに従って分圧する。

$$\dot{V}_1 = \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_{1234}}\dot{V}, \dot{V}_{234} = \frac{\dot{Z}_{234}}{\dot{Z}_{1234}}\dot{V}$$

3. (b) と (c) を比較すると $\dot{Z}_1$ は単一素子なのでおしまい。$\dot{Z}_{234}$ は並列なので、上記ルールに従って分流する。

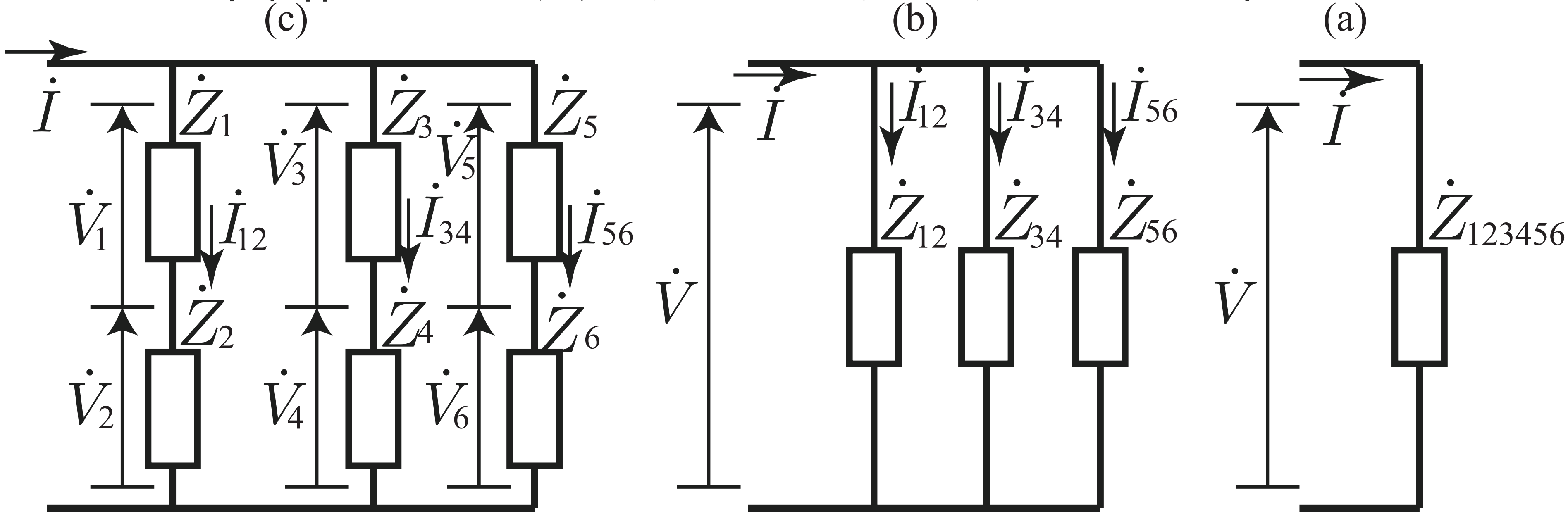
$$\dot{I} = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \dot{I}_4$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{Y}_2}{\dot{Y}_{234}}\dot{I} = \dot{Y}_2\dot{V}_{234}, \dot{I}_3 = \frac{\dot{Y}_3}{\dot{Y}_{234}}\dot{I} = \dot{Y}_3\dot{V}_{234}, \dot{I}_4 = \frac{\dot{Y}_4}{\dot{Y}_{234}}\dot{I} = \dot{Y}_4\dot{V}_{234}$$

フェーザと各素子の電圧・電流を求める際のルール

直列回路: 電圧は分圧、電流は共通、ベクトル和は電圧

並列回路: 電圧は共通、電流は分流、ベクトル和は電流



1. (a) と (b) を比較して $\dot{Z}_{123456}$ は $\dot{Z}_{12}, \dot{Z}_{34}, \dot{Z}_{56}$ の並列回路なので上記ルールに従って分流する。
   ($\dot{I} = \dot{I}_{12} + \dot{I}_{34} + \dot{I}_{56}$)

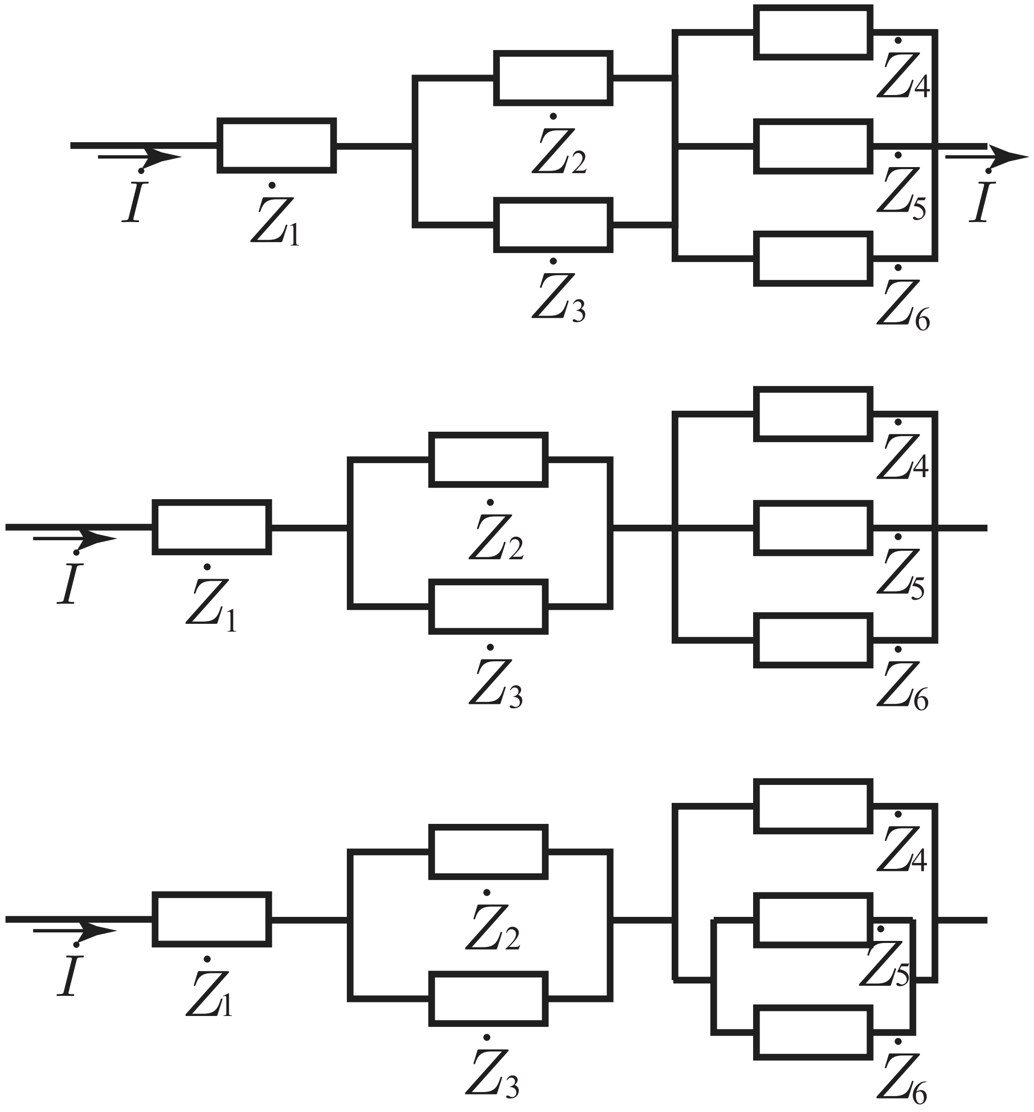
$$\dot{I}_{12} = \frac{\dot{Y}_{12}}{\dot{Y}_{123456}}\dot{I} = \dot{Y}_{12}\dot{V}, \dot{I}_{34} = \frac{\dot{Y}_{34}}{\dot{Y}_{123456}}\dot{I} = \dot{Y}_{34}\dot{V}, \dot{I}_{56} = \frac{\dot{Y}_{56}}{\dot{Y}_{123456}}\dot{I} = \dot{Y}_{56}\dot{V}$$

2. (b) と (c) を比較して、$\dot{Z}_{12}$ は $\dot{Z}_1, \dot{Z}_2$ の直列 $(34, 56$ も同様$)$ なので上記ルールに従って分圧する。

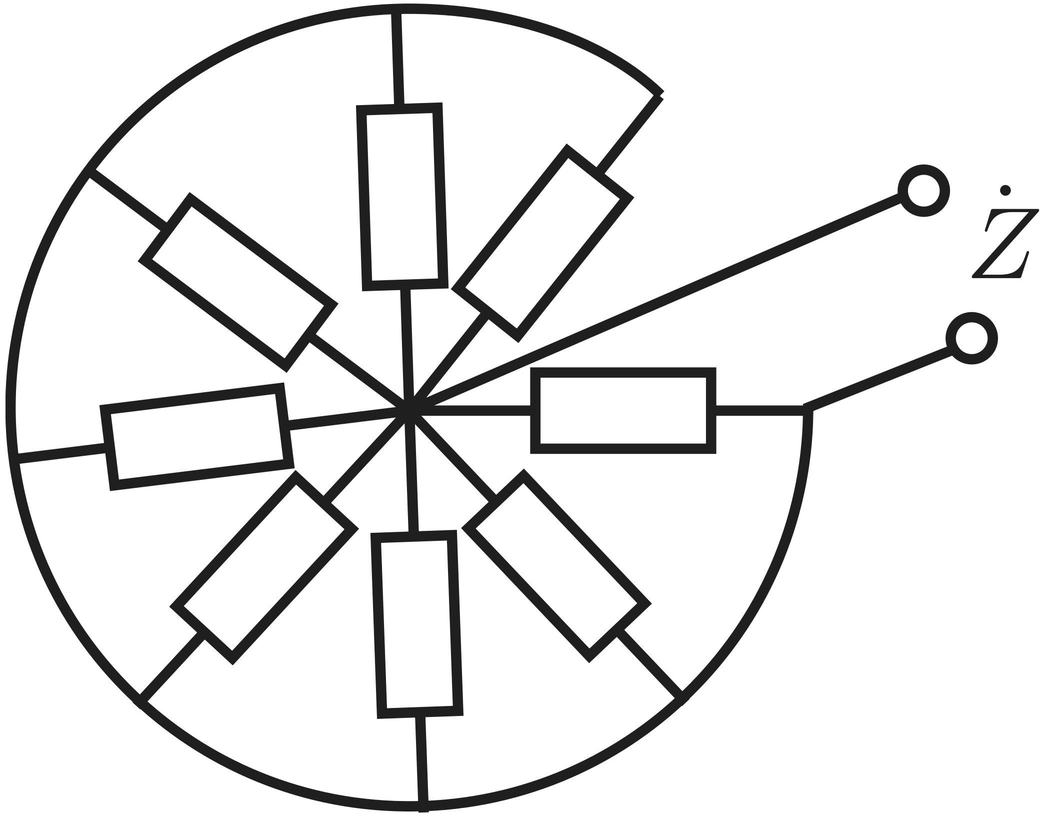
$$\dot{V}_1 = \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_{12}}\dot{V} = \dot{I}_{12}\dot{Z}_1, \dot{V}_2 = \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_{12}}\dot{V} = \dot{I}_{12}\dot{Z}_2, \dot{V}_3 = \frac{\dot{Z}_3}{\dot{Z}_{34}}\dot{V} = \dot{I}_{34}\dot{Z}_3,$$

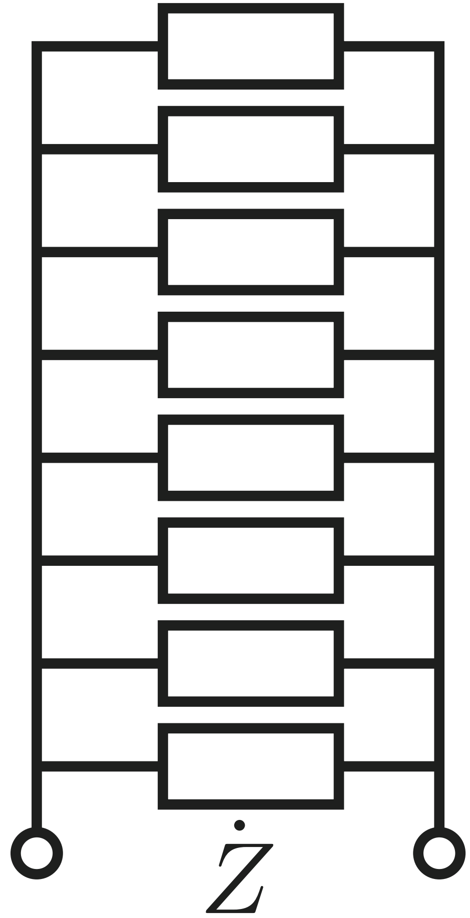
$$\dot{V}_4 = \frac{\dot{Z}_4}{\dot{Z}_{34}}\dot{V} = \dot{I}_{34}\dot{Z}_4, \dot{V}_5 = \frac{\dot{Z}_5}{\dot{Z}_{56}}\dot{V} = \dot{I}_{56}\dot{Z}_5, \dot{V}_6 = \frac{\dot{Z}_6}{\dot{Z}_{56}}\dot{V} = \dot{I}_{56}\dot{Z}_6,$$

節点の電位と回路図



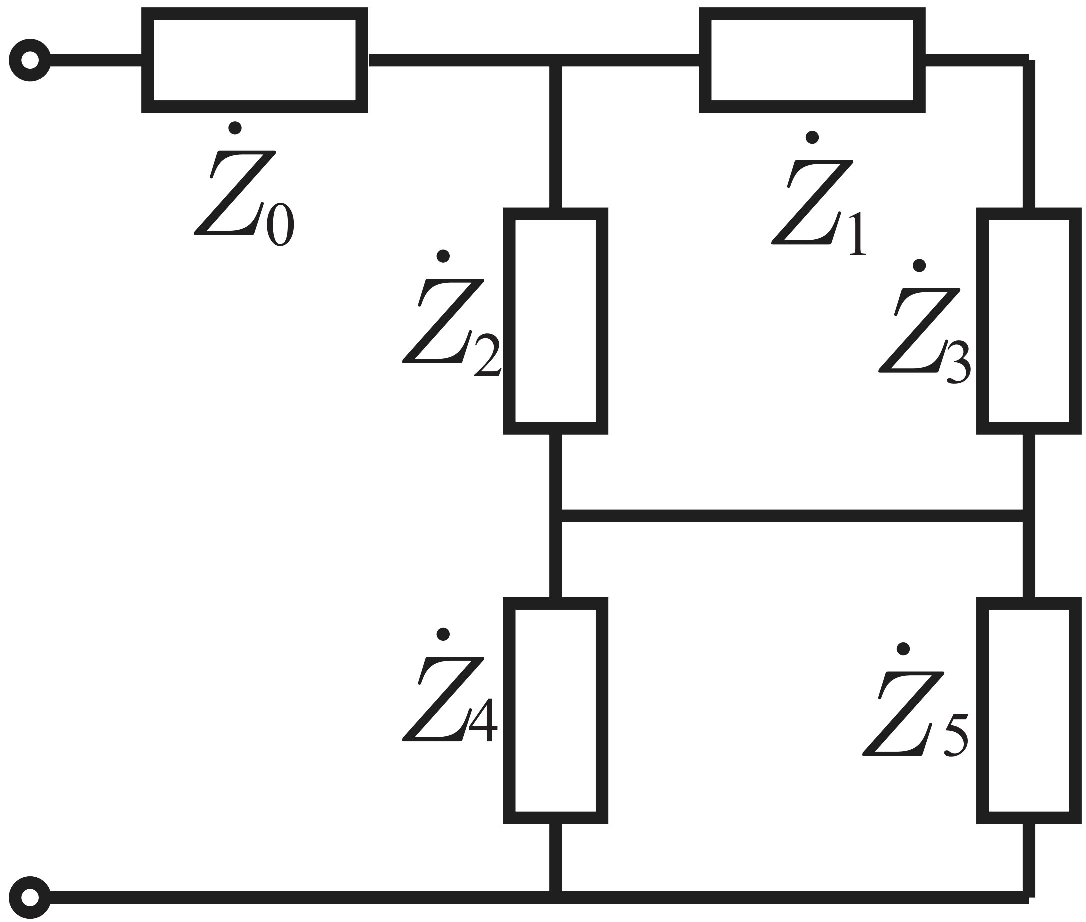
- どこが同電位なのかを考える
  - 電位が等しい限り分かり易く書き換えて良い
  - 電子回路でも重要な視点
- 頑張れば並列回路を全て和分の積として計算できる。(やらない方が良い)

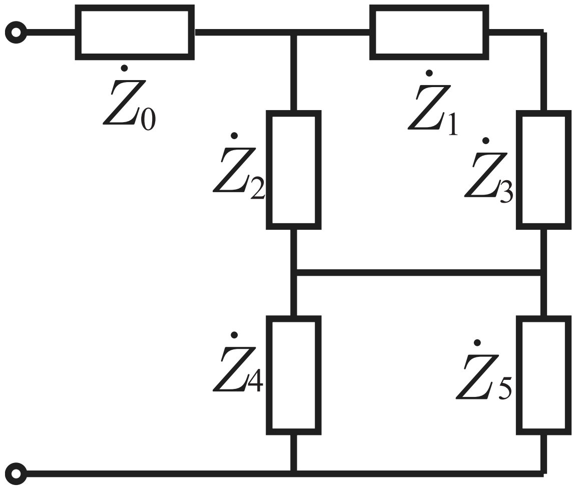


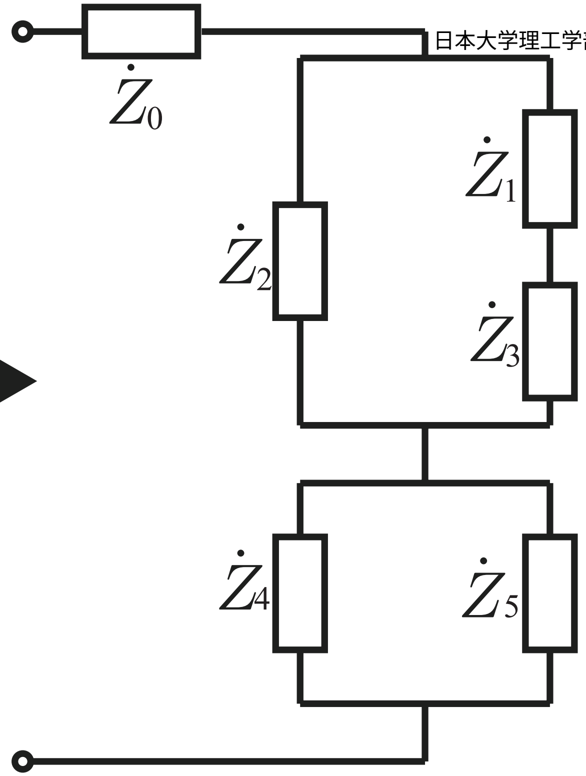


- 理想的な回路であれば上記は同じ回路と言える
- 実際には浮遊容量やインダクタンス、抵抗の問題がある
- 回路計算と基板への実装は必ずしも一致する訳ではない

例題: 図の回路の等価インピーダンスを求めよ







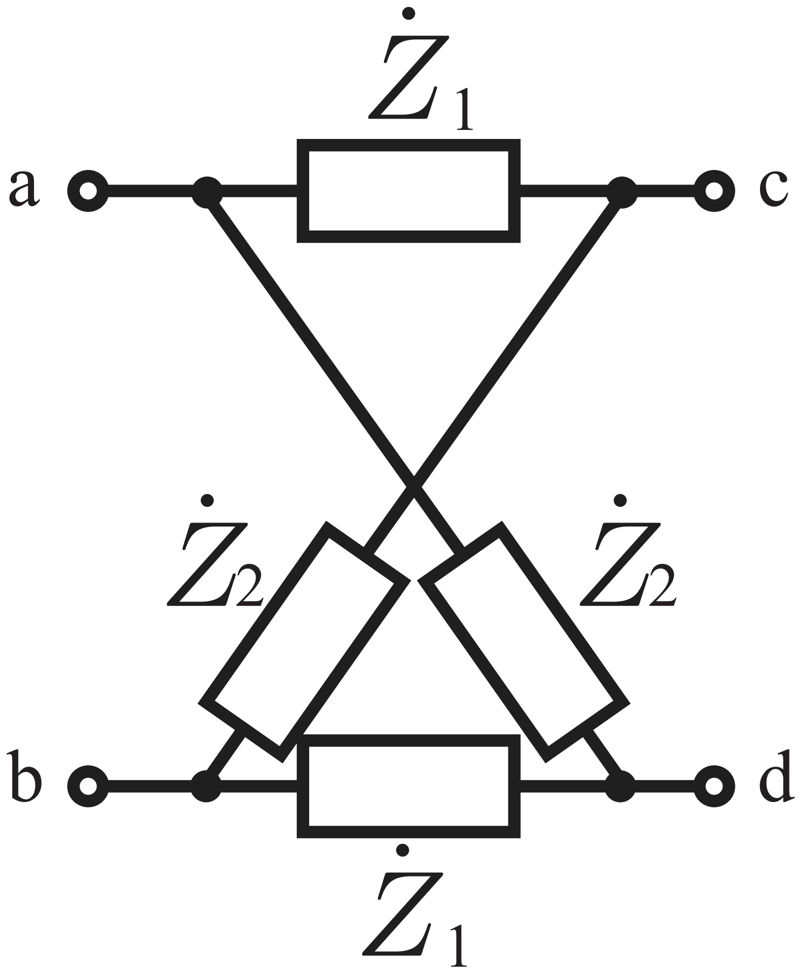
解答

回路は (1)$\dot{Z}_0$ と、(2)$\dot{Z}_1, \dot{Z}_3$ の直列と $\dot{Z}_2$ の並列と、(3)$\dot{Z}_4$ と $\dot{Z}_5$ の並列が、直列に並んでいる回路と書き換えられる。よって

$$\dot{Z} = \dot{Z}_0 + \frac{(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_3)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3} + \frac{\dot{Z}_4 \dot{Z}_5}{\dot{Z}_4 + \dot{Z}_5}$$

展開は省略

例題: 以下の回路でcd間を短絡、開放した場合のab端子から見た等価インピーダンスを求めよ



解答

右図のように変形ができる。短絡のときは cd の左右に並列回路が構成されるので、

$$\dot{Z} = \frac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2} + \frac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2} = 2\frac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$$

開放した時は $\dot{Z}_1$ と $\dot{Z}_2$ の直列回路が並列になるので

$$\dot{Z} = \frac{(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)^2}{(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)+(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)} = \frac{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}{2}$$