電気回路I及び演習

12. 相互インダクタンス

学習目標

- コイルが磁気的に結合した場合の考え方(相互インダクタンス)を理解する
- 相互誘導回路のT型等価回路を用いた計算を理解する

コイルの自己誘導(復習)

自己インダクタンス L のコイルに流れる電流が変化したとき、コイルを通る磁束が変化し起電力を誘起する。

$$v_L = L\frac{di}{dt}$$

また、N 巻のコイルの場合は

$$v_L = N\frac{d\phi}{dt}$$

であるため、$Li = N\phi$ が成り立つ。(磁束が空気中を通る場合)
(磁束が空気中を通る場合)
自己インダクタンスは１つのコイルが発生させた磁束とコイル自体の関係を表わしたもの。

自己インダクタンスの直列接続(p. 119)

Source: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著

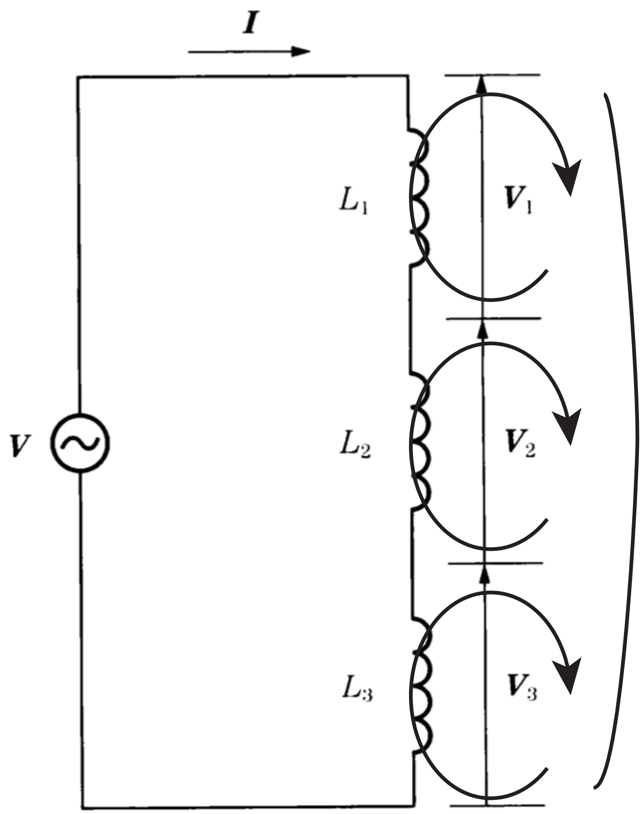


図 5.1

互いの磁束が他のコイルに
干渉しない前提で和が成立つ

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 = j\omega(L_1 + L_2 + L_3)\dot{I}$$

干渉したら何が起こるのか？

相互インダクタンス
(マグロウヒル p.205)

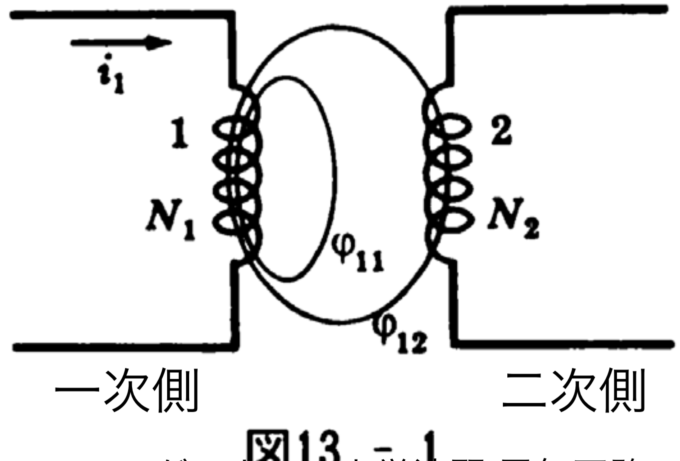
相互インダクタンス(I)

2 つのコイルのうち、1 つにだけ電流を流した場合を考える。発生した磁束 ϕ_1 のうち、L_2 にかからなかったものを漏れ磁束 ϕ_{11}、残りの L_2 にかかった磁束を ϕ_{12} とすると、$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12}$ となる。また、L_2 を i_1 による磁束 ϕ_{12} が貫く ($\frac{d\phi}{dt} \neq 0$) ことから

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt}$$

となり、$v_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt}$ に対応する量として相互インダクタンス M を考えると

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt} = M \frac{di_1}{dt} \ldots (3), (4)$$



Source: マグロウヒル大学演習 電気回路, J. A. Edminister

ただし、

$$M = N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1} \ldots (5) \text{ 磁束が鉄心を通る場合}$$

$$M = N_2 \frac{\phi_{12}}{i_1} \ldots (6) \text{ 磁束が空気中を通る場合}$$

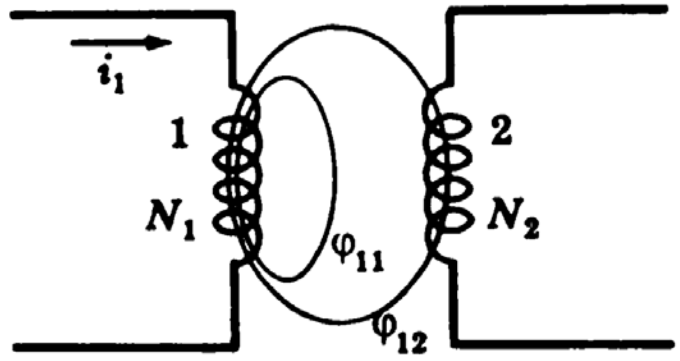
相互インダクタンス(I)

2 つのコイルのうち、1 つにだけ電流を流した場合を考える。発生した磁束 ϕ_1 のうち、L_2 にかからなかったものを漏れ磁束 ϕ_{11}、残りの L_2 にかかった磁束を ϕ_{12} とすると、$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12}$ となる。また、L_2 を i_1 による磁束 ϕ_{12} が貫く ($\frac{d\phi}{dt} \neq 0$) ことから

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt}$$

となり、$v_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt}$ に対応する量として相互インダクタンス M を考えると

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt} = M \frac{di_1}{dt} \quad \ldots (3), (4)$$



Source: マグロウヒル大学演習 電気回路, J. A. Edminister

ただし、

一次側の電流が二次側に影響する

$$M = N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1} \ldots (5)$$ 磁束が鉄心を通る場合

$$M = N_2 \frac{\phi_{12}}{i_1} \ldots (6)$$ 磁束が空気中を通る場合

相互インダクタンス(2)

L_2 だけに電流を流した場合も同様に $\phi_2 = \phi_{22} + \phi_{21}$ とすると

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi_{21}}{dt} = M \frac{di_2}{dt}$$

となり、

$$M = N_1 \frac{d\phi_{21}}{di_2} \ldots (7)$$ 磁束が鉄心を通る場合

$$M = N_1 \frac{\phi_{21}}{i_2}$$ 磁束が空気中を通る場合

が成立つ。

相互インダクタンス(2)

L_2 だけに電流を流した場合も同様に $\phi_2 = \phi_{22} + \phi_{21}$ とすると

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi_{21}}{dt} = M \frac{di_2}{dt}$$

となり、　**二次側の電流が一次側に影響する**

$$M = N_1 \frac{d\phi_{21}}{di_2} \ldots (7)$$ 磁束が鉄心を通る場合

$$M = N_1 \frac{\phi_{21}}{i_2}$$ 磁束が空気中を通る場合

が成立つ。　**<u>回路計算をする際に一次(二次)側からの影響も含める必要がある</u>**

相互インダクタンスは不要なもの？

“磁気”で電気を伝える

図6-⑨

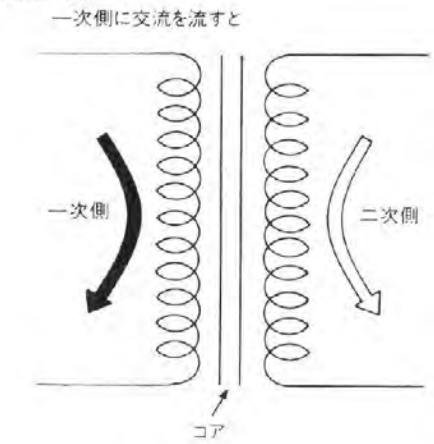
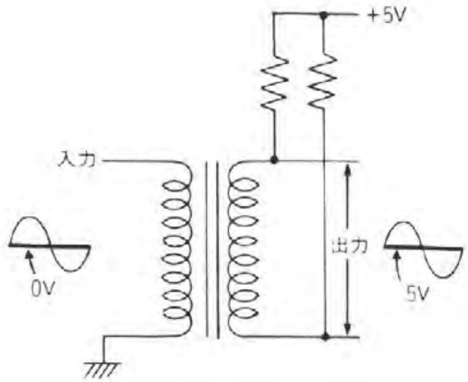


図6-⑩



“変圧”で交流電圧を変える

図6-⑬

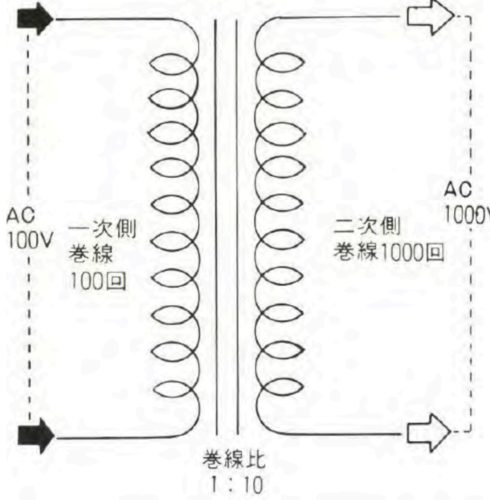
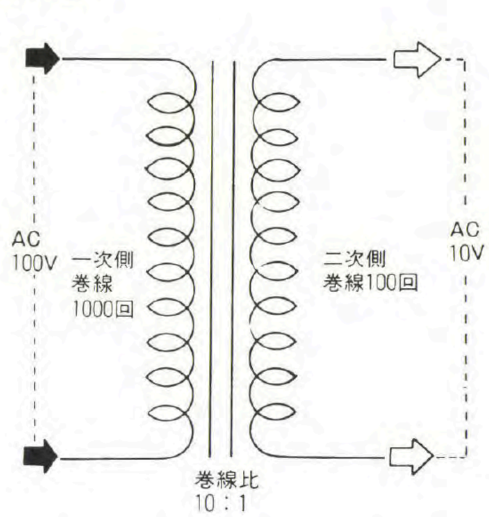
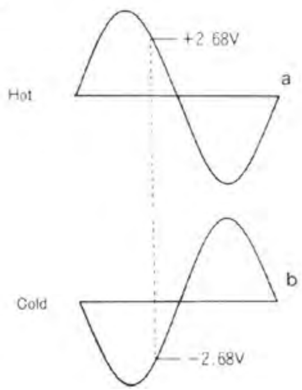


図6-⑫



伝送時のノイズの除去

図6-⑦



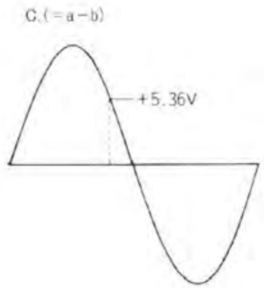


図6-⑧

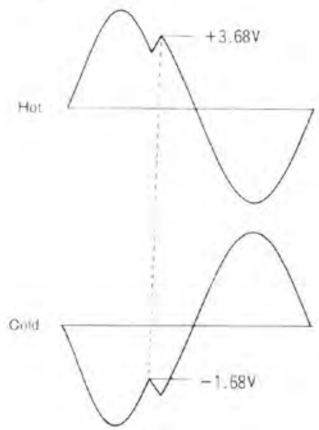
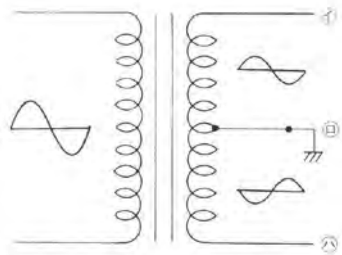


図6-⑰



Hotの電圧を＋aV
Coldの電圧を−aV
ノイズの電圧をnVとすると、

$$(\mathrm{Hot})-(\mathrm{Cold})=(+a+n)-(-a+n)$$
$$=a+n+a-n=2a$$

Source: サウンド・クリエイターのための電気実用講座

積極的に相互インダクタンスを利用する場合もある

結合係数

結合係数 k は磁束の漏れる割合いを示した量で $0 \leq k \leq 1$ の値となり、最大の 1 で漏れが無い状態 $(\phi_{12} = \phi_1(\phi_{11} = 0), \phi_{21} = \phi_2(\phi_{22} = 0)$ を表わす。

$$k = \frac{\phi_{12}}{\phi_1} = \frac{\phi_{21}}{\phi_2} \ldots (8)$$

また、$M = \frac{N_2 \phi_{12}}{i_1} = \frac{N_1 \phi_{21}}{i_2}$ の関係を利用すると、

$$M^2 = \frac{N_2 \phi_{12}}{i_1} \cdot \frac{N_1 \phi_{21}}{i_2} = \frac{N_2 k \phi_1}{i_1} \cdot \frac{N_1 k \phi_2}{i_2} = k^2 \frac{N_2 \phi_1}{i_1} \cdot \frac{N_1 \phi_2}{i_2} \ldots (9)$$

ここで、$L_1 = \frac{N_1 \phi_1}{i_1}, L_2 = \frac{N_2 \phi_2}{i_2}$ を代入すれば

$$M^2 = k^2 L_1 L_2 \therefore M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

電流と巻き方(磁束の方向)により、自己インダクタンスと相互インダクタンスの関係が変わる

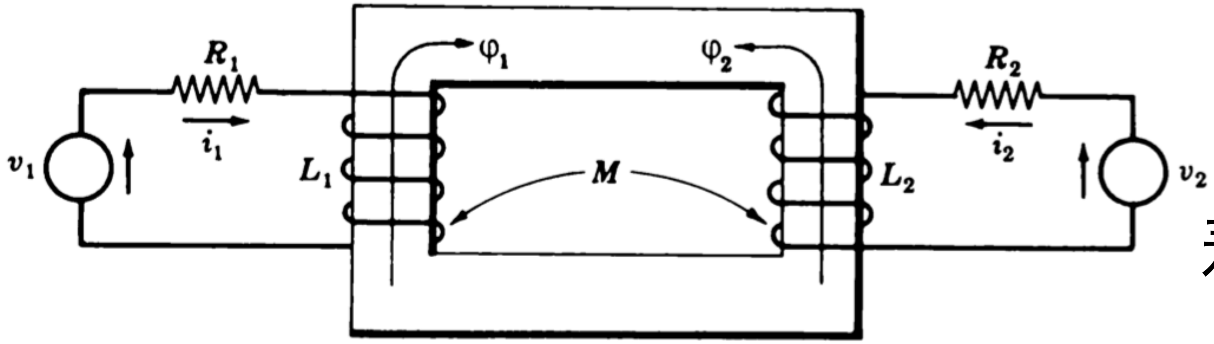


図13 - 2

φ1とφ2が打消し合う

差動的、減極性、Mが負、MがLと異なる符号

$$(R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 - j\omega M\dot{I}_2 = \dot{V}_1$$

$$-j\omega M\dot{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 = \dot{V}_2 \ldots (12)$$

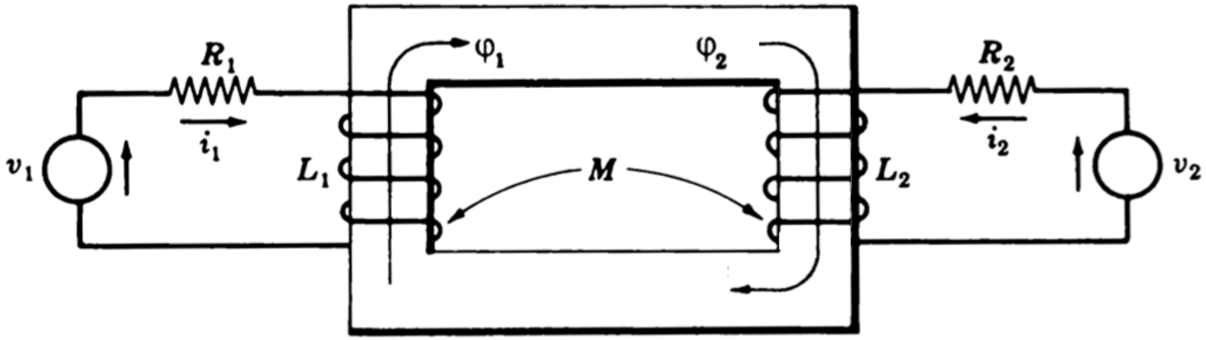


図13 - 2が和動的になった場合

φ1とφ2が強め合う

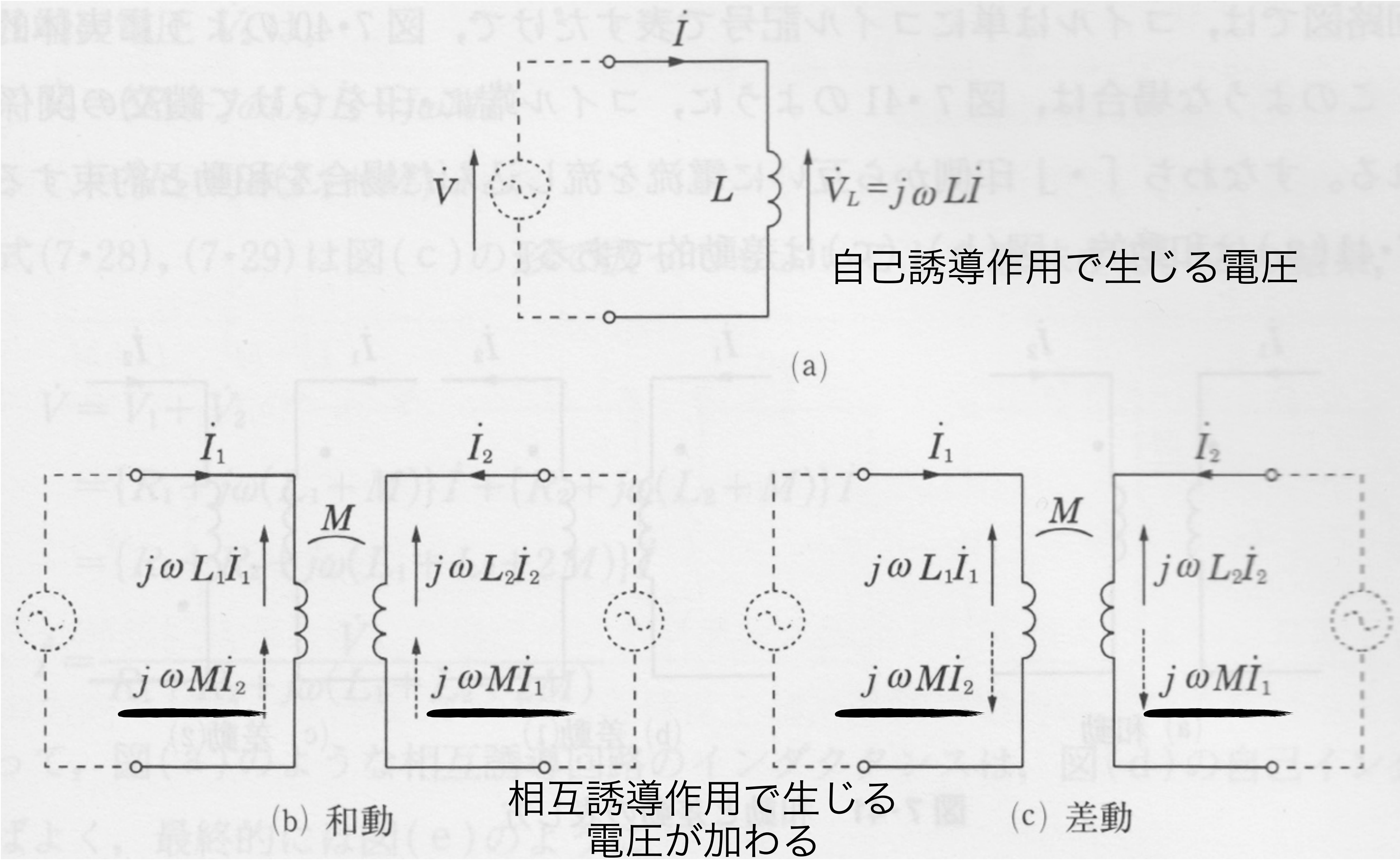
和動的、加極性、Mが正、MがL同じ符号

$$(R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 + j\omega M\dot{I}_2 = \dot{V}_1$$

$$j\omega M\dot{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 = \dot{V}_2$$

Source: マグロウヒル大学演習 電気回路, J. A. Edminister

相互インダクタンスを含むインピーダンスの考え方



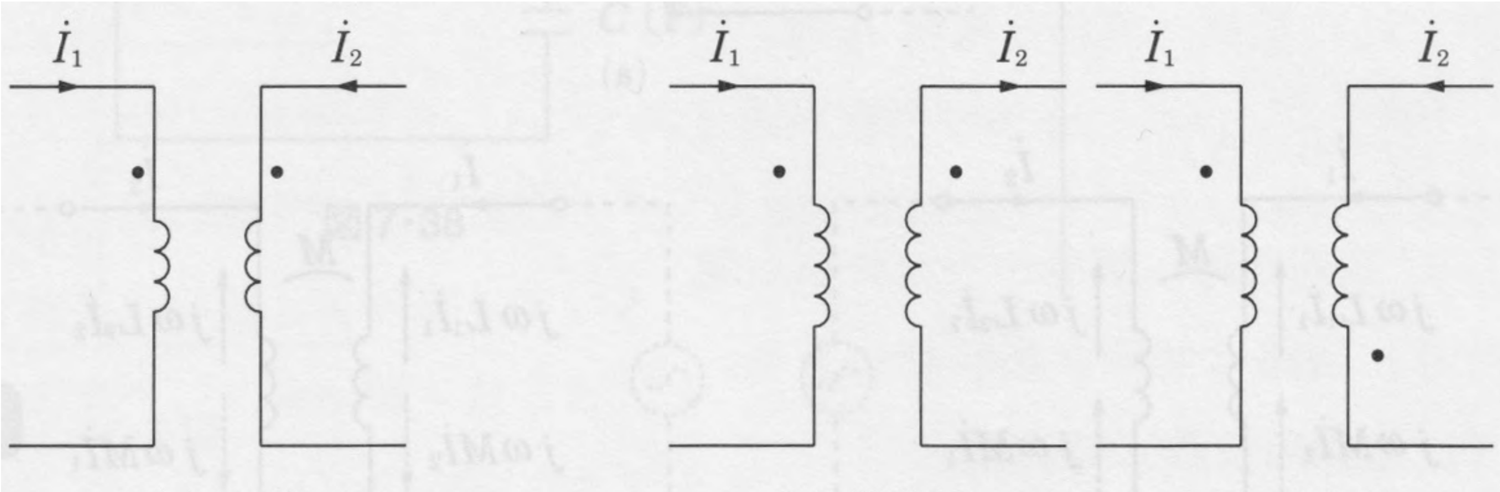
自己誘導作用で生じる電圧

相互誘導作用で生じる電圧が加わる

Source: 回路理論 間邊幸三郎著

和動および差動の略記方法

- コイルに付与された「・」はコイルの極性を表わす
- 実際問題としては一次と二次の「・」側に一次と二次電流が流れ込む(出てくる)と和動となり、異なる場合は差動となる



(a) 和動　(b) 差動(1)　(c) 差動(2)

Source: 回路理論 間邊幸三郎著

自己インダクタンスの直列接続(p. 119)

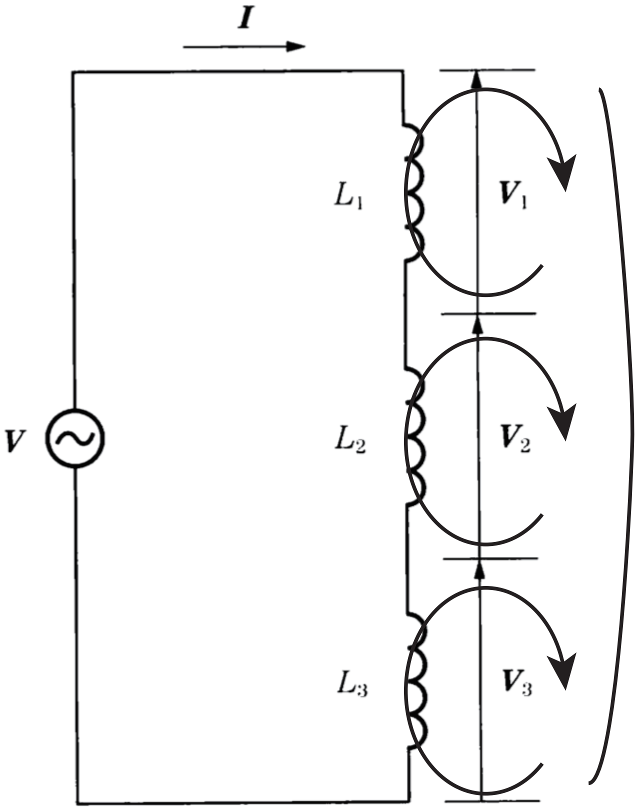


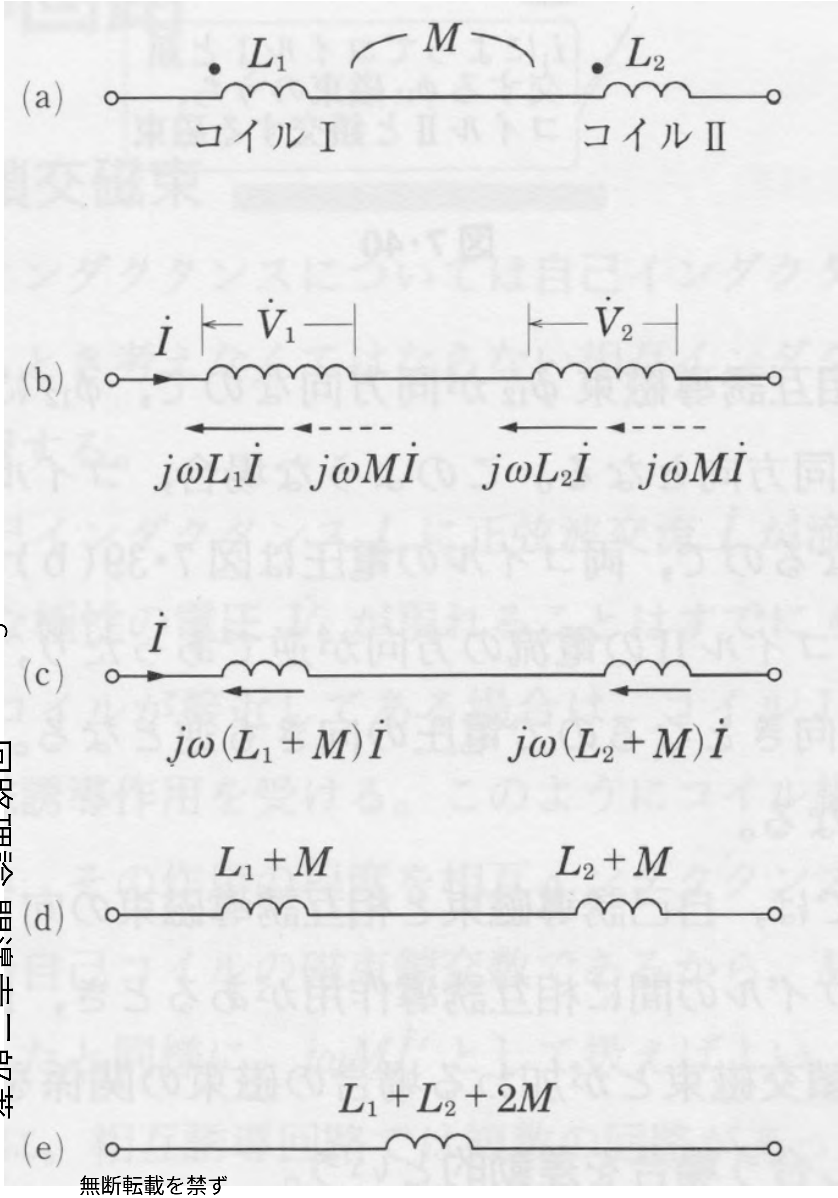
図 5.1

互いの磁束が他のコイルに干渉しない前提で和が成立つ

Source: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 = j\omega(L_1 + L_2 + L_3)\dot{I}$$

直列に繋がれたコイルの相互インダクタンス(和動)



Source: 回路理論 間邊幸三郎著

コイル I、II の電圧 $\dot{V}_1, \dot{V}_2$ は

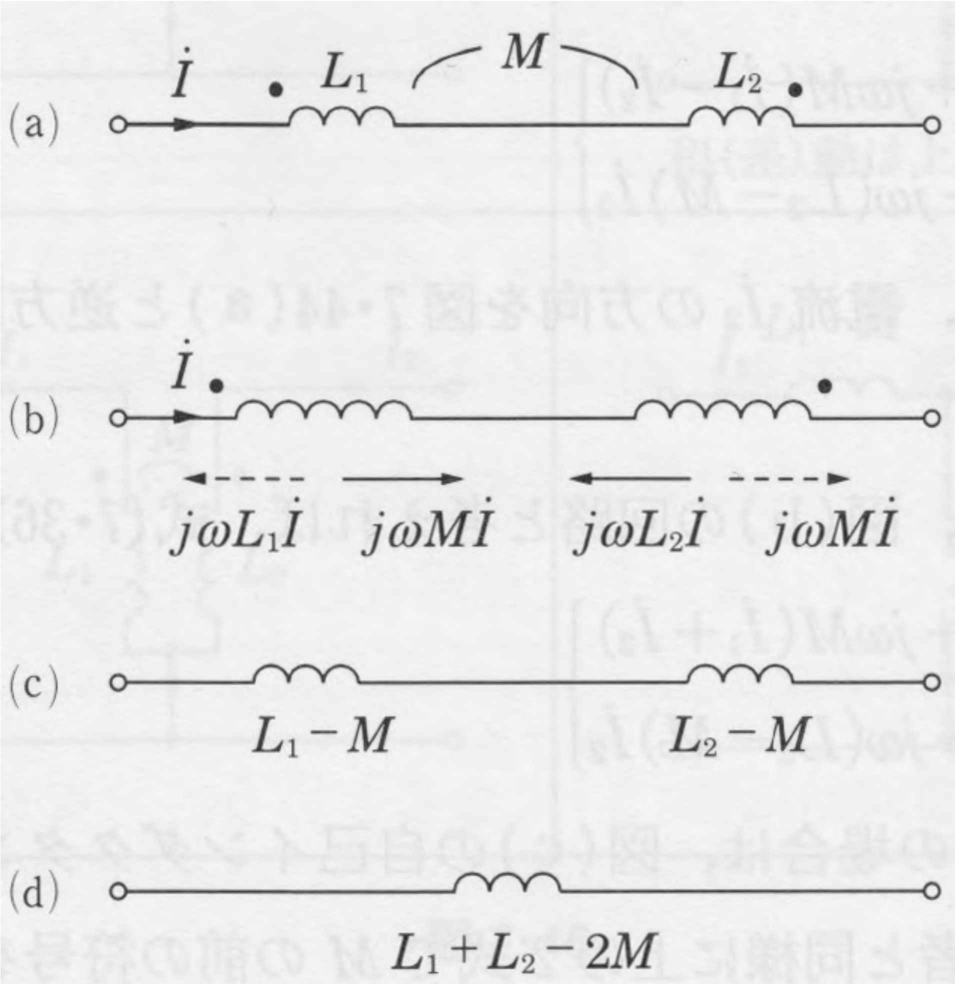
$$
\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= j\omega L_1 \dot{I} + j\omega M \dot{I} \\
&= j\omega (L_1 + M)\dot{I} \\
\dot{V}_2 &= j\omega L_2 \dot{I} + j\omega M \dot{I} \\
&= j\omega (L_2 + M)\dot{I}
\end{aligned}
$$

全電圧より合成インダクタンス L_0 を求めると

$$
\begin{aligned}
\dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \\
&= j\omega (L_1 + M)\dot{I} + j\omega (L_2 + M)\dot{I} \\
&= j\omega (L_1 + L_2 + 2M)\dot{I}
\end{aligned}
$$

$$
\therefore L_0 = L_1 + L_2 + 2M
$$

直列に繋がれたコイルの相互インダクタンス(差動)



Source: 回路理論 間邊幸三郎著

差動の場合相互インダクタンスの符号が負になるのでコイルI、IIの電圧 $\dot{V}_1, \dot{V}_2$ は

$$\dot{V}_1 = j\omega(L_1 - M)\dot{I}$$

$$\dot{V}_2 = j\omega(L_2 - M)\dot{I}$$

全電圧より合成インダクタンス L_0 を求めると

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \\ &= j\omega(L_1 + L_2 - 2M)\dot{I}\end{aligned}$$

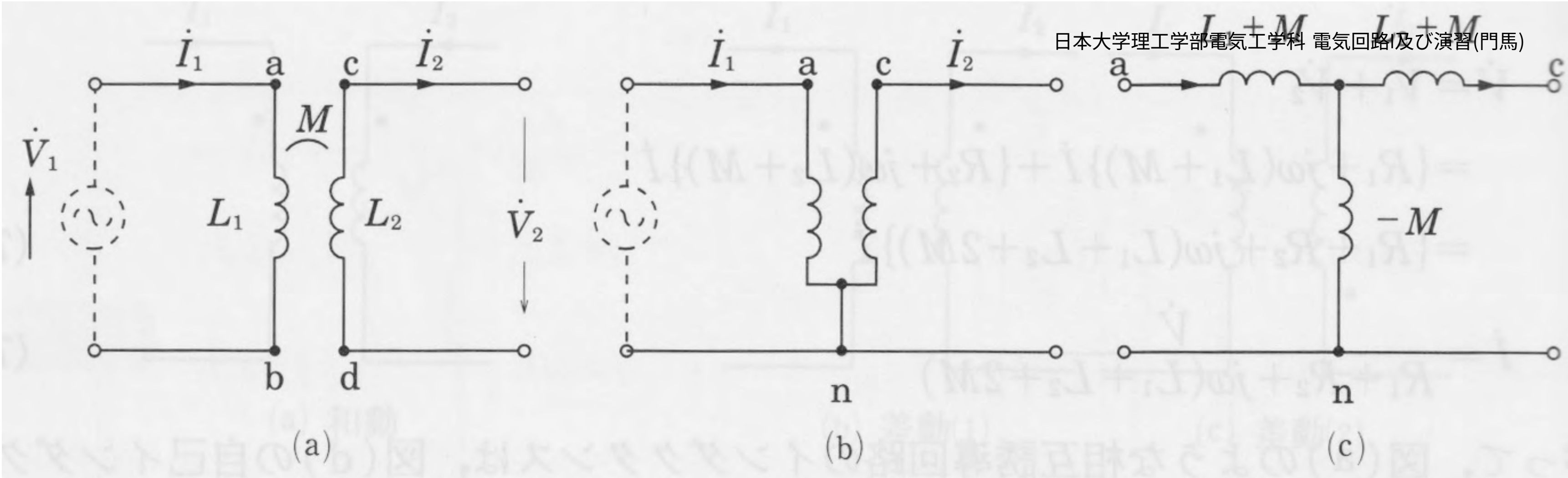
$$\therefore L_0 = L_1 + L_2 - 2M$$

一々起電力を考えるのは面倒

- 回路解析法で直ぐに解析できるT型等価回路を導入する
  - 磁気的結合を電気的結合に置き換えたもの

1. 相互誘導回路を機械的にT型等価回路に変換
2. 閉路電流法または節点電圧法を用いる

等価回路による表現(I)
→和動の場合



Source: 回路理論 間邊幸三郎著

※二次電圧・電流の向きに注意

図 (a) のような回路を等価回路にするため、1 次側、2 次側の b, d 点を共通電位の節点 n とすると、回路は図 (b) のようになる。和動接続の場合

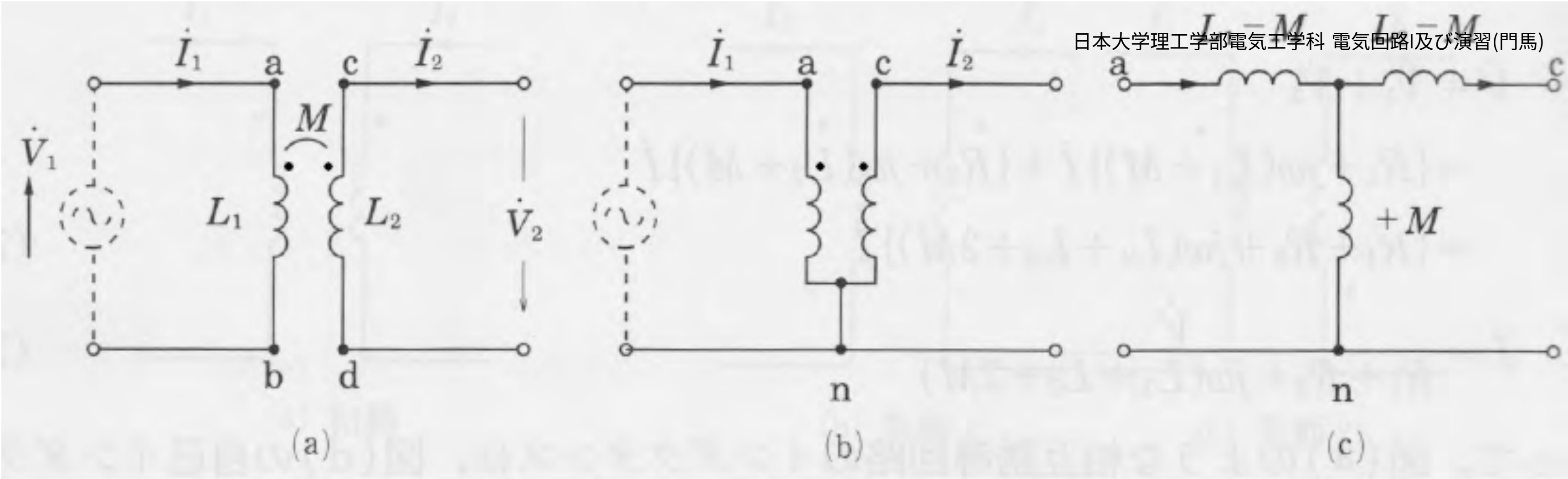
$$\begin{bmatrix} j\omega L_1 & j\omega M \\ j\omega M & j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

この式を

$$\begin{bmatrix} j\omega(L_1+M) - j\omega M & j\omega M \\ j\omega M & j\omega(L_2+M) - j\omega M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

変形すれば、図 (c) のようにインダクタンスの値が $L_1+M, L_2+M, -M$ の 3 個の自己インダクタンスからなる回路と考えられる。つまり、1 次、2 次側の電流についても相互誘導を考慮せずに閉路電流法や節点電圧法で解析が可能となる。

等価回路による表現(2)
→差動の場合



Source: 回路理論 間邊幸三郎著

※二次電圧・電流の向きに注意

差動の場合も同様に、図 (a) のような回路を等価回路にするため、1 次側、2 次側の b, d 点を共通電位の節点 n とすると、回路は図 (b) のようになる。差動なので

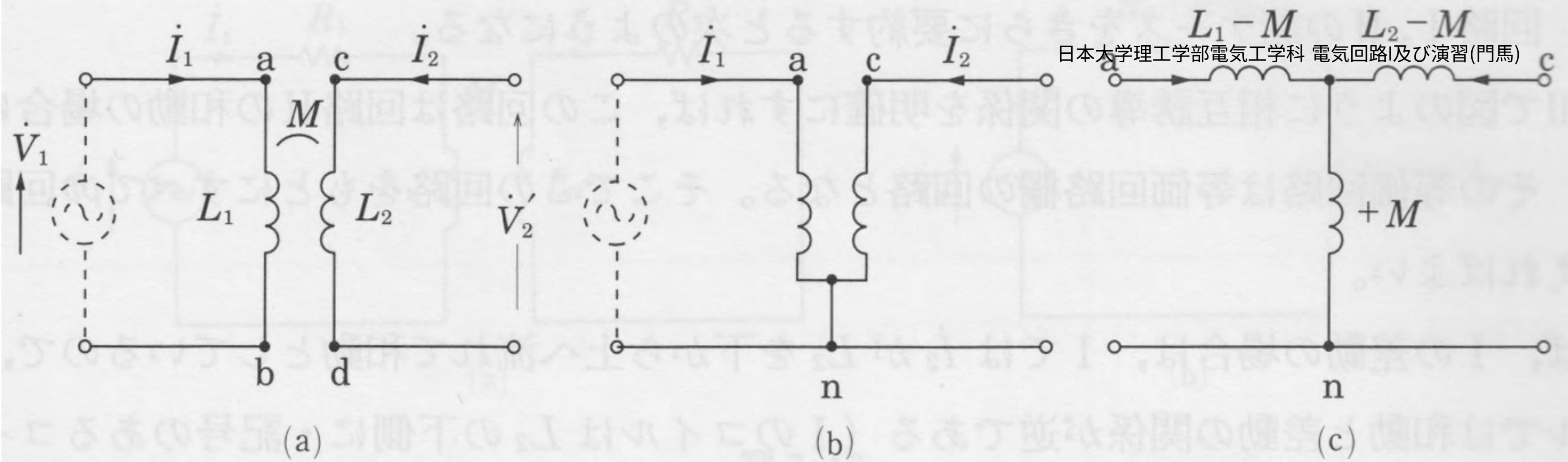
$$\begin{bmatrix} j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

この式を

$$\begin{bmatrix} j\omega(L_1 - M) + j\omega M & -j\omega M \\ -j\omega M & j\omega(L_2 - M) + j\omega M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

変形すれば、図 (c) のようにインダクタンスの値が $L_1 - M, L_2 - M, M$ の 3 個の自己インダクタンスからなる回路と考えられ、1 次、2 次側の電流についても相互誘導を考慮せずに閉路電流法や節点電圧法で解析が可能となる。

等価回路による表現(3) ←→和動の場合



日本大学理工学部電気工学科 電気回路I及び演習(門馬)

Source: 回路理論 問邊幸三郎著

※二次電圧・電流の向きに注意

電流が 1 次 2 次共に流れ込む向きの場合にも同様に、図 (b) のように共通電位の節点 n を考えると、和動接続の場合

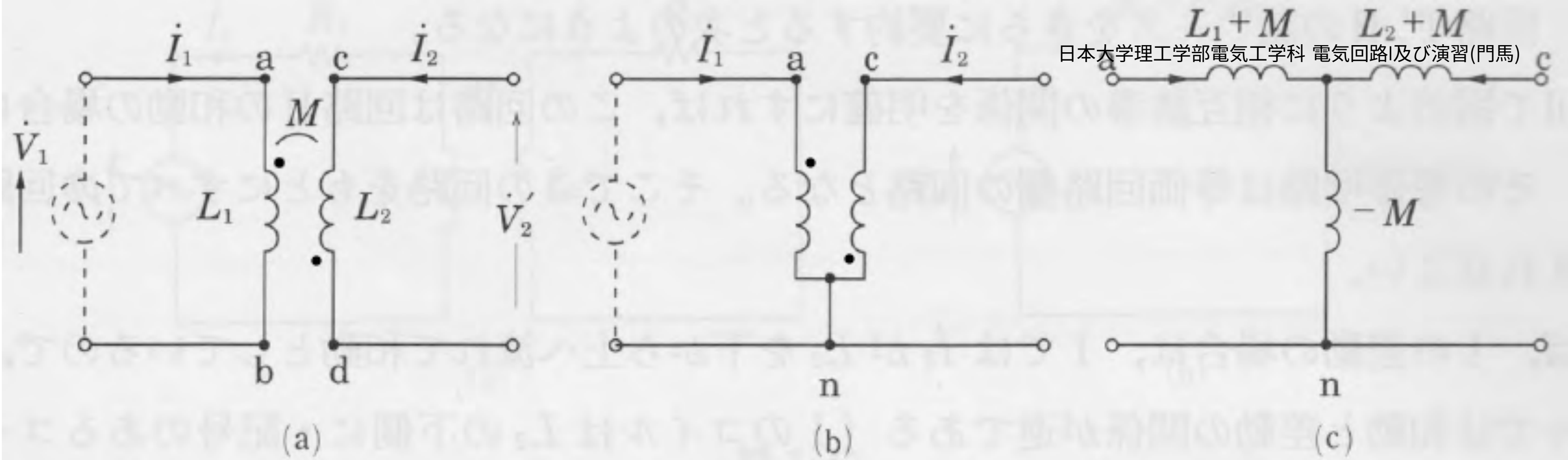
$$\begin{bmatrix} j\omega L_1 & j\omega M \\ j\omega M & j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2{}' \end{bmatrix}$$

この式を

$$\begin{bmatrix} j\omega(L_1-M)+j\omega M & j\omega M \\ j\omega M & j\omega(L_2-M)+j\omega M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2{}' \end{bmatrix}$$

と変形すれば図 (c) のようにインダクタンスの値が $L_1-M, L_2-M, +M$ の 3 個の自己インダクタンスからなる T 型等価回路と考えられる。

等価回路による表現(4)
→←差動の場合



日本大学理工学部電気工学科 電気回路I及び演習(門馬)

Source: 回路理論 間邊幸三郎著

※二次電圧・電流の向きに注意

電流が 1 次 2 次共に流れ込み、差動の場合にも同様に、図 (b) のように共通電位の節点 n を考えると、

$$
\begin{bmatrix} j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2{}' \end{bmatrix}
$$

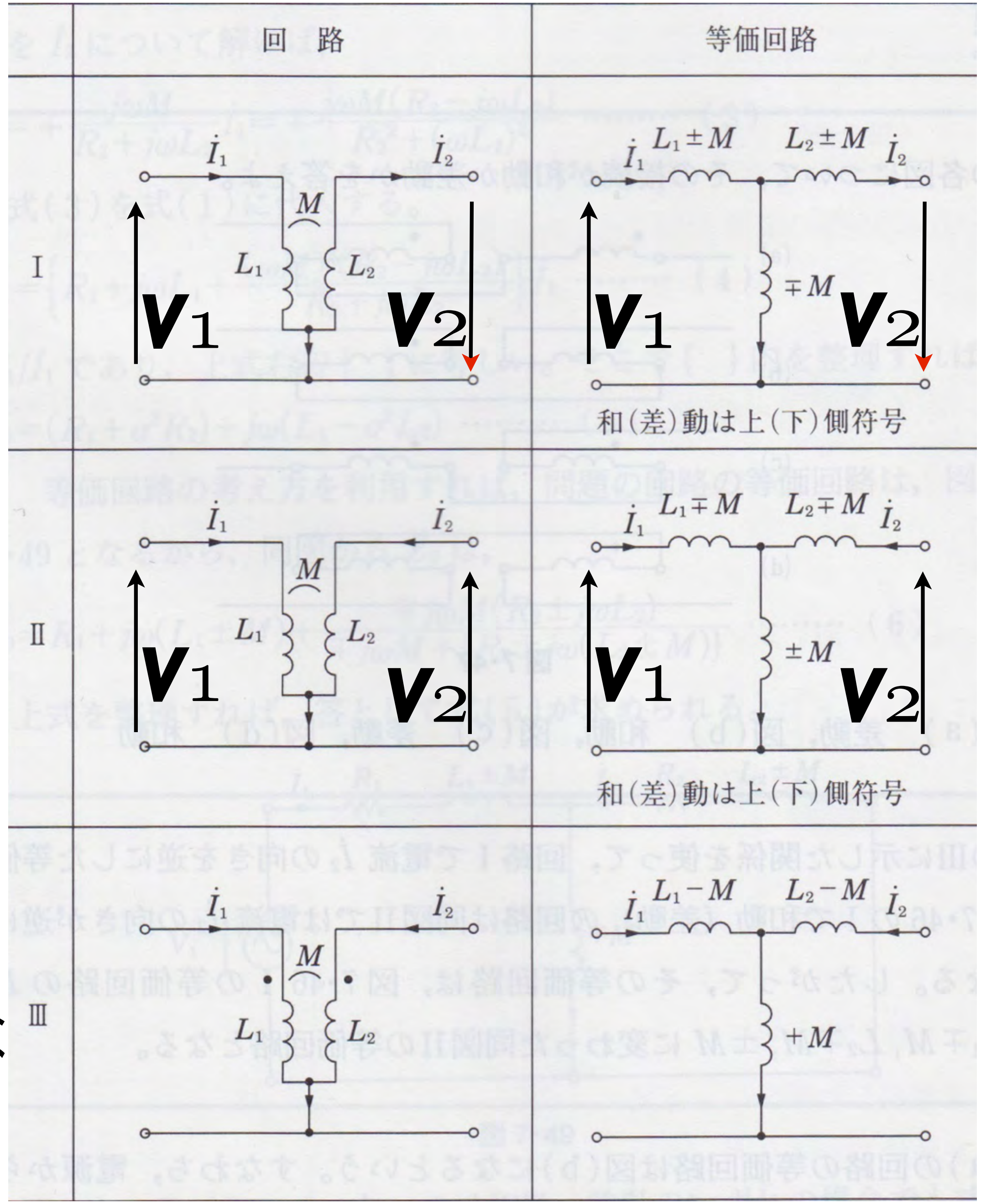
この式を

$$
\begin{bmatrix} j\omega(L_1+M) - j\omega M & -j\omega M \\ -j\omega M & j\omega(L_2+M) - j\omega M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2{}' \end{bmatrix}
$$

と変形すれば図 (c) のようにインダクタンスの値が $L_1+M, L_2+M, -M$ の 3 個の自己インダクタンスからなる T 型等価回路と考えられる。

T型等価回路のまとめ

- I, IIのいずれかを使う
  - 例)IIIはIIの和動に相当する
- Mの符号が変わるケース
  - 2次側の電流の向きが異なる (IとII)
  - コイルの向きが異なる (各ケースの和動と差動)
- IIIはIの2次電流の向きが異なり、コイルの向きが異なるIの差動と同じ符号になる



Source: 回路理論 間邊幸三郎著

例題5.2 (ポ p.124)

図 5.3 において $L_1 = 300[mH], L_2 = 500[mH]$、結合係数 $k = 0.7$ のとき、相互インダクタンス M の値を求めよ。また、T 型等価回路を描け。※和動、差動の両方の場合について求めよ

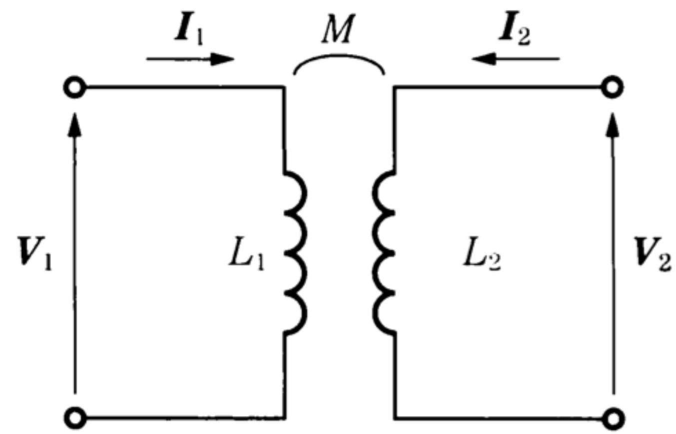


図 5.3

source: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著

例題5.2 (ポ p.124)

図 5.3 において $\underline{L_1 = 300[mH], L_2 = 500[mH]}$、結合係

M=k√(L₁L₂) → $M = k\sqrt{(L_1 L_2)}$

数 $\underline{k = 0.7}$ のとき、相互インダクタンス M の値を求め

よ。また、T型等価回路を描け。※和動、差動の両方の

まとめ参照

場合について求めよ

※二次電流の向きに注意

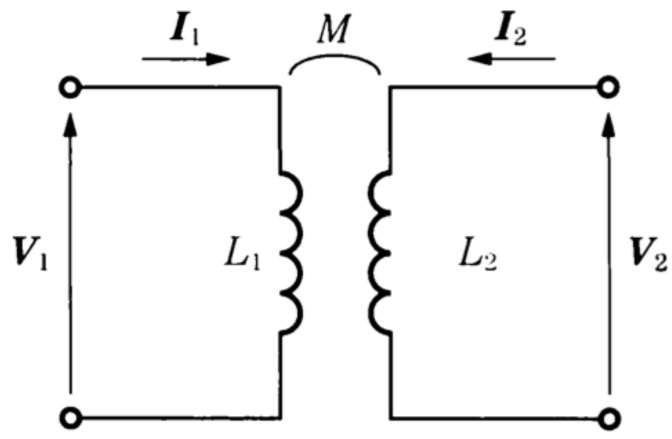


図 5.3

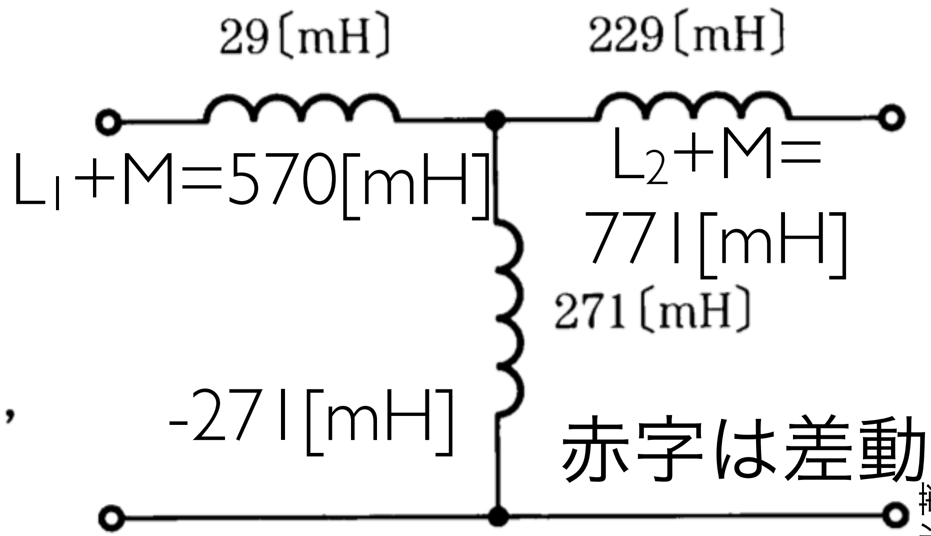
ource: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著

例題5.2 解答

[解] M の値は式(3.87)より，

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} = 0.7 \times \sqrt{300 \times 500}$$
$$= 271 \quad \text{〔mH〕}$$

となる．M の値は特にことわりがないので，正の値と考える．等価回路は $L_1 - M = 29$〔mH〕，$L_2 - M = 229$〔mH〕であるから，例図 5.1 のようになる．



例図 5.1

ource: ポイントで学ぶ電気回路, 三浦光著